



MANONMANIAM SUNDARANAR UNIVERSITY

**DIRECTORATE OF DISTANCE AND
CONTINUING EDUCATION TIRUNELVELI-
627012, TAMILNADU**

M.Com First Year (First Semester)

புள்ளியியல்

(From the Academic Year 2021-22)



Prepared by
Mr.P.Murugan.,M.Com.,SET.,(Ph.D)
Assistant Professor
Department of Commerce
MS University College,
Nagampatti

Most student friendly University-Strive to Study and Learn to Excel

For More Information Visit : <https://www.msuniv.ac.in>

எம்.காம்.- முதலாம் ஆண்டு
முதல் பருவம்
புள்ளியியல்

Objectives:

1. To enable the students to learn about probability distribution and its application to business.
2. To know about hypothesis and testing of hypothesis
3. To teach non parametric test in detail
4. To know the statistical decision theory
5. To enable the students to know about statistical quality control

Unit I Probability Distribution: Theoretical Distribution - Binomial, Poisson, and Normal Distributions and their applications to business.

Unit II Statistical Inference: Test of Hypotheses: – Standard error and sampling Distribution - procedure for testing of Hypothesis- Two tailed and one tailed Test of Hypothesis – Assumptions of the Parametric data- Z test-One sample T Test-Independent Sample T test– Paired sample T Test - Analysis of Variance (ANOVA)

Unit III Non Parametric Tests: Chi-square tests-Sign tests-Kruskal-Wallis test- Mann Whitney Utest.

Unit IV Statistical Decision Theory: Decision making Environments – Criteria for making decision under condition of risk and uncertainty- Expected value approach.

Unit V Statistical Quality Control: Control charts for variables and attributes-Acceptance sampling

References:

1. Statistical methods - S.P.Gupta
2. Fundamentals of Statistics- Gupta, S.C.,
3. Levin, R.I. and D.S. Rubin, Statistics for Management, Prentice-Hall of India.
4. Spiegel, M.R. Theory and Problems of Statistics, Schaum Publishing Company.
5. Aczel, Amir D., Complete Business Statistics, McGraw Hill, 1999.
6. Kazmeir Leonard J., Norval F. Pohl, Basic Statistics for Business and Economics, McGraw Hill International (2nd ed.)

**புள்ளியியல்
பொருளடக்கம்**

அலகு	பாடம்	பக்கம்
1	நிகழ்தகவு	1
2	கருதுகோள் சோதனை	49
3	அளவுரு அல்லாத புள்ளியியல்	71
4.	புள்ளியியல் முடிவுக் கோட்பாடு	101
5	புள்ளிவிவர செயல்முறை கட்டுப்பாடு	112



அலகு - 1

நிகழ்தகவு - அறிமுகம்

"மன்னர்களின் அறிவியலாகத்" தோன்றி வளர்ச்சி பெற்றிருக்கின்ற புள்ளியியல் (STATISTICS) எதனையும் திட்டவட்டமாகக் கூறுவதற்குத் துணை செய்கின்றது. ஒன்றைச் சொற்களால் விளக்குகின்ற பொழுது அதில் முழுத் தெளிவு இருப்பதில்லை அதனை எண் வடிவில் இயம்புகின்ற பொழுது அது தெளிவாக விளங்குகின்றது.

பொதுவாக ஒன்றைக் கூறுவதற்கும் புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்தி ஒன்றைச் சொல்வதற்கும் வேறுபாடு இருக்கின்றது. எடுத்துக்காட்டாக, "பெரும்பாலான மாணவர்கள் விளையாடினார்கள்". என்பதற்கும். '90 சதவிகித மாணவர்கள் விளையாடினார்கள்,' இடையில் உள்ள வேறுபாட்டைக் கூறலாம். என்பதற்கும் இடையில் எண்ணிக்கையின் துணையுடன் ஒன்றைக்கூறுகின்ற பொழுது அது தெளிவாகவும், திட்டவட்டமாகவும். பொருள் நிறைந்ததாகவும், முழுவடிவம் கொண்டதாகவும் இருக்கின்றது.

வரலாற்றுப் பின்புலம்: அறிவியலாக வளர்ச்சி பெற்றிருக்கின்ற புள்ளியியல் இன்று பல அறிவியல்களைக் கற்பதற்கு அடித்தளத்தை அமைத்துத் தருகின்றது. குறிப்பாகப் பொருளியலிலும், சமுதாய இயலிலும் இதன் பங்கு மிகுந்திருக்கின்றது. இந்த இயல் வரலாற்றுக் காலத்துக்கு முன்பிருந்தே தேவையை ஒட்டி வளர்ச்சி பெற்று வருகின்றது.

புள்ளியியல் தோன்றி வளர்ந்ததற்கு இரண்டு மூலக்காரணங்களைக் கூறலாம். முதலாவதாக. பல்வேறு நாடுகளிலிருந்த அரசுகளும் தங்களது படைவலியை மதிப்பிடவும், வளர்க்கவும் புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரித்தன. மக்களின் வரிச்செலுத்தாற்றலைக் கணக்கிடவும் புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்தினர். இத்தகைய புள்ளி விவரங்களை ரோம், எகிப்து, இங்கிலாந்து, இந்தியா ஆகிய நாடுகளில் சேகரித்துப் பயன்படுத்தியதற்கு வரலாற்றுச் சான்றுகள் உள்ளன. இதனால்தான் இந்த எண்ணியலை "மன்னர்களின்



அறிவியல் (Science of Kings), "அரசியவின் அறிவியல்" (Science of Statecraft), அரசியலின் கணக்கியல்' (Political Arithmetic) என்றெல்லாம் கூறினார்கள்.

புள்ளியியலும் பிற இயல்களும்.

1. அறிவியலாகவும் கலையியலாகவும் புள்ளியியல்:

புள்ளியியலில் அறிவியல், கலையியல் ஆகிய இரண்டின் தன்மைகளும் உள்ளார்ந்து காணப்பெறுகின்றன. காலத்திற்கேற்ப விரைந்து வளர்கின்ற புள்ளியியலின் பரப்பளவிலும் முறைகளிலும் மாற்றங்கள் ஏற்படுகின்றன. நிறைவான இயலாக வளர்கின்ற நிலையில் அறிவியல் முறைகளைப் போன்றே திட்டவட்டமான துல்லியமான முறைகளைக் கையாள்கின்றனர். எப்படி புள்ளியலில் அறிவியலின், கலையியலின் இயல்புகள் இருக்கின்றதென்பதை விளக்கலாம்.

அறிவியல்:

முறைப்படுத்தப்பெற்ற அறிவின் தொகுதியை அறிவியல் என்கின்றோம். புள்ளியியலும் அறிவின் முறைப்படுத்தப் பெற்ற தொகுதியாக, அறிவை வழங்குவதாக இருக்கின்றது. அறிவியல் காரணங்களையும் விளைவுகளையும். ஆய்ந்து பொதுவிதிகளை உருவாக்கத் துணை செய்கின்றது. புள்ளியியல் முறைகளும் சமுதாயத்தின் நடவடிக்கைகளையும், அவற்றின் காரணங்களையும், விளைவுகளையும் முறைப்படி ஆராய்ந்து, பொதுவிதிகளைத் தீர்மானிக்கத் துணை செய்கின்றது. சமுதாயப் பொருளாதார அரசியல் சிக்கல்களை அறிவியல் நோக்கில் ஆராயப் புள்ளியியல் வழிவகுக்கின்றது. இந்தவகைகளில் புள்ளியியல் ஓர் அறிவியலாகத் தோன்றுகின்றது.

ஆனால் இயற்பியல் (Physics), வேதியியல்' (Chemistry) போன்று நிறைவான, துல்லியமான அறிவியலாகப் புள்ளியியல் இருக்கவில்லை. புள்ளியியலில் அவற்றைப் போன்று திட்டவட்டமான முடிவுகளுக்கு வர இயல்வதில்லை. ஆனால் புள்ளியியலை அறிவியல் முறைகளைக்கொண்ட



இயலாகக் கருதலாம். அறிவியல் விதிகளை உருவாக்கவும், அறிவியல் வளர்ச்சிக்கும் புள்ளியியல் உற்றதுணையாக இருக்கின்றது. ஆதலால் புள்ளியியலை ஓர் அறிவியலாகக் கருதுகின்றோம்.

கலையியல் அறிவியலான புள்ளியியல் நடைமுறையில் கலையியலாகவும் இருக்கின்றது. அறிவைச் செயல்படுத்துகின்ற பொழுது கலை உருவெடுக்கின்றது. புள்ளியியலில் அறிவியல் முறைகள் செயல்படுத்தப் பெறுகின்றன.

புள்ளியலறிஞர் தனது ஆய்வுக் காலத்தில் அறிவியல் முறைகளைச் செயல்படுத்துகின்றார். அவருக்குக் கிடைக்கின்ற வெற்றி அவர் அறிவியல் முறைகளை எவ்வளவு திறமையாகவும் நுணுக்கமாகவும் பட்டறிவின் அடிப்படையிலும் பயன்படுத்துகின்றா ரென்பதை ஒட்டி அமையும். புள்ளி விவரங்களைத் தொகுப்பது. அட்டவணையிடுவது. ஆய்ந்து வெளியிடுவது ஆகியவற்றில் கலையின் இயல்புகள் இருக்கின்றன. ஆதலால் அறிவியலான புள்ளியியலைக் கலையியலாகவும் கருதுகின்றோம்.

புள்ளியியலும் பொருளியலும்

புள்ளியியலுக்கும் பொருளியலுக்கும் நெருங்கிய தொடர்பு இருக்கின்றது. நீண்டகாலப் பொருளியல் ஆய்வில் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுத்தப் பெறுகின்றன. 1890 - இல் சர். வில்லியம் பெட்டி (Sir. William Petty) என்பவர் "அரசியல் கணிதம்" (Political Arithmetic) என்னும் நூலை எழுதினார். அதில் இரண்டு இயல்களுக்கும் உள்ள நெருக்கம் விளங்கியது. ஆனால் பொருளி யலில் புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்துவதில் ஒரு தயக்கம் இருந்தது.

பொருளியல் சிக்கல்களை ஆராயப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்தனர். ஆனால் பொருளியல் கோட்பாடுகளை உருவாக்கப் புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்தவில்லை. காரணம் தொடக்கக் காலத்தில் பொருளியலில் பகுத்தாய்வு (Deductive) முறைகளையே பின்பற்றினர் ஒரு பொது உண்மையிலிருந்து பகுதி பற்றிய விதியை உருவாக்கினார். தாக்க



இயலிலும், தத்துவத்திலும் ஈடுபாடு கொண்ட பொருளியலறிஞர்களும் பொது மக்களும் புள்ளிவிவரங்களை உயிரற்றவைகளாகக் கருதிப் புறக்கணித்தனர்.

புள்ளியியலும் கணிதமும் (Statistics and Mathematics)

கணிதக் கோட்பாடுகள் புள்ளியியலுக்குத் புள்ளியியலும் கணிதமும் நெருங்கிய தொடர்புடையன, புள்ளியியல் முறைகளும் நுணுக்கங்களும் கணிதத்தைச் சார்ந்துள்ளன. ஓரளவாவது கணிதம் தெரியாமல் புள்ளியியலைப் பயிலமுடியாது. தளம் அமைத்துத்தருகின்றன. கோன்னார் (Connor) என்பவர். "புள்ளி விவரங்களைத் தனி ஆய்வு செய்கின்ற நடைமுறைக் கணிதத்தின் (AP- plied Mathematics) புள்ளியியல்". என்று கூறுகின்றார். பெரும்பாலான புள்ளியியலறிஞர்கள் கணித மேதைகளாக இருந்திருக்கின்றனர். கணித மேதைகள் புள்ளியியலின் வளர்ச்சிக்குப் பெருந்தொண்டு புரிந்துள்ளனர். இரண்டு இயல்களுக்கும் இருக்கின்ற நெருக்கத்தை 'கணிதப் புள்ளியியல் (Mathematical Statistics) என்ற புதிய துறை விளங்குகின்றது.

IV. புள்ளியியலும் வானவியலும் (Stastics and Astronomy):

விண்மீன்களின், கோள்களின் இடப்பெயர்ச்சியை அறிய வானவியல் வல்லுநர்கள் முதன் முதலில் அவை தொடர்பான புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரித்தனர். வானவியல் ஆய்விற்குப் புள்ளியியல் பெரிதும் துணை செய்கின்றது. குறைந்தபட்ச வர்க்க முறையை (Method of Least square) வளர்த்தவர் ஒரு வானவியலறிஞர் என்பது குறிப்பிடத்தக்கதாகும்.

வானவியலில் முதலில் பலவற்றைப் பற்றிய அளவுகளை மதிப்பிடுகின்றனர் பின்னர் உண்மையான அளவுகளைக் கணக்கிடுகின்றனர். மதிப்பீட்டிலிருந்து சரியான அளவு எவ்வளவு வேறுபட்டிருக்குமென்பதைக் கணக்கிடப் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுகின்றன. இந்த வகையில் புள்ளியியல் வானவியல் வளர்ச்சிக்கும். வானவியல் புள்ளியியல் முன்னேற்றத்திற்கும் துணை நிற்கின்றன.



V. புள்ளியியலும் உயிரியலும் (Statistics and Biology)

உயிரியல் கோட்பாடுகளை உருவாக்கப் புள்ளியியல் முறைகள் பெருந்துணை புரிகின்றன. பேராசிரியர் கார்ல் பியர்சன் (Kar Pearson) மரபுவழிக் கோட்பாடு முழுமையும் புள்ளியியலைச் சார்ந்தே அமைகின்றதென்று குறிப்பிடுகின்றார். புள்ளியியல் முறைகளும் தேவைப்பெறுகின்றன. விலங்கினங்கள், செடி கொடிகள் ஆகியவற்றில் காலப்போக்கில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளக்க. ஆராயப் புள்ளியியல் உதவுகின்றது இவற்றிலிருந்து புள்ளியியலுக்கும் உயிரியலுக்குமுள்ள நெருங்கிய தொடர்பினை அறியலாம்.

VI. புள்ளியியலும் வானிலை ஆய்வியலும் (Statistics and Meteorology)

வானிலை ஆய்வாளர்கள் தட்பவெப்பம், காற்றழுத்தம், மழை போன்வற்றைப் பற்றிய புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரித்து, தொகுத்து, ஒப்பிட்டு, ஆய்ந்து, எதிர்கால நிலையை ஊகித்துக் கூறுகின்றார்கள். இதற்கு ஒவ்வொன்றின் சராசரி நிலை, அதன்போக்கு. அதில் ஏற்படும் மாறுபாடுகள் ஆகியவற்றைச் சரியாகக் கணக்கிடப் புள்ளியியல் முறைகள் துணை நிற்கின்றன. இந்த வானிலை ஆய்வியலும் புள்ளியியலும் நெருக்கமான தொடர்புடன் இருப்பதைக் காண்கின்றோம்.

புள்ளியியலை இப்பொழுது ஏறத்தாழ எல்லா அறிவியல்களிலும் சமுதாய இயல்களிலும் மிகுதியான அளவில் பயன்படுத்துகின்றனர். புள்ளியியலோடு தொடர்பற்ற இயலே இல்லையெனக் கூறலாம்.

புள்ளியியலின் பணிகளும், பயன்களும்:

1. புள்ளியியலின் பணிகள் (Functions)

விரைந்து வளர்ந்துவருகின்ற புள்ளியியல் சில முக்கியமான பயனுள்ள பணிகளைச் செய்கின்றது. அவற்றை தொகுத்துக் கூறலாம்.

1.விவரங்களுக்குத் துல்லியமான தெளிவு:



விரிவாகக் கிடைக்கின்ற பொதுவான கருத்துக்களைத் திட்டவட்டமாகவும் தெளிவாகவும் கூறப்பள்ளியியல் பயன்படுகின்றது. வெறும் சொற்களால் கூறுவதைவிட எண் அளவைகளில் கூறுவதை மக்கள் எளிதாக நம்புகின்றனர். எடுத்துக்காட்டாக, "இந்தியாவில் வேலையில்லாத் திண்டாட்டம் மிகுதியாக இருக்கின்றது". என்று கூறுவதைவிட, "இந்தியாவில் 20 சதவிகிதத்தினர் வேலையற்றவர்கள்", என்று கூறுவது தெளிவாகவும் துல்லியமாகவும் இருக்கின்றது.

2. சிக்கலானவற்றை எளிமையாக:

பள்ளியியல் சிக்கலான விவரங்களை எளிமைப்படுத்தியும், வகைப்படுத்தியும் சுருக்கியும் தருகின்றது. சிக்கலான, ஏராளமான புள்ளி விவரங் களிலிருந்து நம்மால் உடனடியாக எதையும் புரிந்து கொள்ள முடியாது. பள்ளியியல் அவற்றிலிருந்து சில முக்கிய விவரங்களை மட்டும் சுட்டிக் காட்டுகின்றது.

3. ஒப்பிடுதல்:

ஒன்றைப் பற்றிய விவரங்களை மற்றவற்றோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்கின்ற பொழுதுதான் அதனைப் பற்றி முழுமையாக அறிந்து கொள்ள இயலும் புள்ளி விவரங்கள் அதற்கு உதவுகின்றன. ஒரு நாட்டு மக்களின் வருவாயை மற்றொரு நாட்டு மக்களின் வருவாயோடு ஒப்பிடுகின்ற பொழுது வருவாய் மிகுதியா. குறைவாவென்பதை அறிய முடியும்.

4. தொடர்பை அறிதல்:

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகளுக்கிடையில் தொடர்பு இருக்கின்றது. அந்தத் தொடர்பின் இயல்பையும், போக்கையும் அறிந்து கொள்ளப் பள்ளியியல் துணை செய்கின்றது. பொருளின் விலை தேவை பண அளிப்பு - வட்டி வீதம்: மழை - வேளாண்மை விளைச்சல் போன்றவற்றிற்குள்ள தொடர்பை வெளிப்படுத்த பள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுகின்றன.



5. சரிப்படுத்துதல்:

நமது ஐயப்பாட்டிற்குரிய கருத்துக்களைச் சரி செய்து கொள்ள புள்ளியியல் வழிவகுத்துத் தருகின்றது. பல வேளைகளில் நாம் நமது ஊகங்களைச் சரியான கருத்துக்களென்று தவறாக எண்ணிக் கொண்டிருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நகரத்திலுள்ள பெரிய வீடுகளைப் பார்த்தவுடன். - அங்குள்ள மக்கள் எல்லோரும் நல்ல வசதியான வீட்டில் வாழ்வதாகக் கருதலாம். ஆனால் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து ஆய்கின்ற பொழுதுதான் வீற்றவர்களைப் பற்றியும், குடிசைகளில் வாழ்பவர்களைப் பற்றியும் சரியாகத் தெரிந்து கொள்ள முடியும்.

6. எதிர்காலத்தை ஊகித்தல்:

எதிர் காலத்திற்காக நிகழ்காலத்தில் திட்டங்களைத் தீட்டிச் செயல்படுத்துகின்றோம். இருக்குமென்பதை ஊகித்தால் தான் திர்காலம் எப்படி அதற்கேற்றவகையில் திட்டம் தீட்ட முடியும். புள்ளிவிவரங்களின் துணையால் கடந்தகாலப் போக்கினை ஆராய்ந்து, அடிப்படையில் எதிர்காலத்தை ஊகிக்க முடிகின்றது. நமது நாட்டில் மக்கள் தொகைப் பெருக்கம் பற்றிய ஊகத்தை இதற்குச் சான்றாகக் கூறலாம்.

7. கொள்கைகளை உருவாக்குதல் :

புள்ளி விவரங்களின் உதவியால் தக்க கொள்கைகளை உருவாக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நாட்டின் உற்பத்தி, நுகர்வு போன்றவற்றைப் பற்றிய புள்ளி விவரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு, அதனுடைய ஏற்றுமதி - இறக்குமதிக் கொள்கைகளை உருவாக்கலாம்.

8. பிற அறிவியல் விதிகளைச் சோதித்தல்:

பகுத்தாய்வு. முறையில் உருவாக்கப் பெற்ற பிற அறிவியல் விதிகளைப் புள்ளியியலின் உதவியால் சோதித்துப் பார்க்கலாம். புள்ளியியலின் துணையில்லா விட்டால் பல அறிவியல் விதிகளை உறுதிப்படுத்த முடியாமல் போயிருக்கும்



நிகழ்தகவு (PROBABILITY)

1. நிகழ்தகவு - விளக்கம்

பேச்சுவழக்கில் ஒரு நிகழ்ச்சி நடக்கப்போவதை நாம் பின்வருமாறு கூறலாம். 'இன்று மழை பெய்யலாம்': இன்று பேராசிரியர் வருகை தராமல் போகலாம்'; விளையாட்டுப் போட்டியில் நமது அணி வெல்லும் வாய்ப்பு சமம் . இக்கூற்றுக்கள் எல்லாம் ஒரு சம்பவம் நடைபெறுமா என்ற சந்தேகத்தின் அடிப்படையில் எழுந்தவையாகும். ஆனால் புள்ளியியலில் நாம் இத்தகைய கூற்றை நிகழ்தகவு எனும் கருத்தின் அடிப்படையில் துல்லியமாக எண்சார்ந்த கூறுகளாக மாற்றுகின்றோம். சங்கும

1964ம் ஆண்டில் பாஸ்கல் (Pascal) என்பவர் சூதாட்டத்தில் உள்ள சிக்கலைத் தீர்க்க முனைந்தார். அவரைத் தொடர்ந்து தாயக்கட்டை, சீட்டுக்கட்டை, நாணயம் கண்டுதல் ஆகியவற்றின் நிகழ்தகவுகளை ஹியூஜன்ஸ் பெர்னெலி டிமோவிரர், பேயல் போன்றவர்கள் ஆராய்ந்தனர். தற்போது அது ஓர் ஆய்வுக் கருவியாகப் பயன்படுகிறது. F an ost

(i) நிகழ்தகவுக் கருத்தின் பயன்பாடு:

- 1) முன்னர் சூதாட்டங்களில் உள்ள சிக்கல்களைத் தீர்க்கவும் ஊகத்தை அளவிடவும் இது பயன்பட்டது.
- 2) தற்போது புள்ளியியலில் முடிவுகளை ஆய்வதற்கு இது பயன்படுகிறது.
- 3) நடைபெறுமா என்ற சந்தேகத்திற்குரிய நிகழ்ச்சிகளைப் பற்றித் தீர்மானம் செய்ய நிகழ்தகவு பயன்படும்.
- 4) பொருளியல் அளவை மாதிரிகளை (Econometric Models) அமைக்க உதவுகின்றது.
- 5) நிர்வாகம், திட்டமிடல் ஆகியவற்றில் தீர்வுகள் காண இது பயன்படுகிறது.
- 6) அறிவியல் வேளாண்மை போன்ற பலதுறைகளிலும் பயன்படுகிறது.

(ii) நிகழ்தகவு - இலக்கணம்



ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுவதற்கான வாய்ப்பை எண்வடிவில் கூறுவதை நிகழ்தகவு என்கிறோம். நடைபெற எவ்வித வாய்ப்பும் இல்லை எனில் '0' எனவும்; கட்டாயம் நடைபெறும் எனில் '1' எனவும் கொள்ளலாம். நிகழ்தகவு பற்றிப் பலவகையான கருத்துக்கள் உள்ளன. அவற்றைக் காணலாம்.

1. தொன்மை அணுகுமுறை (Classical Approach): மிகவும் பழமையான எளிமையான கருத்தாகும். இக்கருத்துச் சூதாட்டங்களில் பலவகைகளான நாணயம் சுண்டுதல், தாயக்கட்டை உருட்டுதல், சீட்டுக்கட்டில் சீட்டு உருவுதல் போன்றவற்றில் பயன்படுத்தப்பட்டது. சமவாய்ப்புடைய நிகழ்ச்சிகளைச் சோதனை செய்கையில் இது பயன்படுகிறது. ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டினால் தலையோ பூவோவிழலாம் தலைவிழும் நிகழ்தகவு பூவிழும் நிகழ்தகவும் ஆகும். ஒரு தாயக்கட்டையை உருட்டினால் 1,2,3,4,5,6, எண்கள் விழலாம். ஏதேனும் ஒரு எண் விழும் நிகழ்தகவு $1/6$ ஆகும். சீட்டுக்கட்டில் ஏதேனும் ஒரு சீட்டை உருவும் நிகழ்தகவு $1/52$ அதாவது.- நிகழ்தகவு.

P = சாதகமான நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை / சமவாய்ப்புடைய மொத்த நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை

குறிப்பு:

சமவாய்ப்புள்ள ஒன்றை ஒன்று புறக்கணிக்கும் நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம். நாணயத்தைச் சுண்டினால்

தலைவிழும் நிகழ்தகவு (P) = $\frac{1}{2}$ %

பூவிழும் நிகழ்தகவு (q) = $\frac{1}{2}$ %

$$P+q=1/2+1/2 =1$$

$$P=1 - q$$

$$q=1-P$$



ஒரு பெட்டியில் இரண்டு வெள்ளைப் பந்துகளும் எட்டு கருப்புப்பந்துகளும் உள்ளன. வெள்ளைப்பந்து எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? கருப்புப்பந்து எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? வெள்ளை அல்லது கருப்புப்பந்து எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

வெள்ளைப்பந்து எடுக்கும் நி.த = $2 / 2+8$

$$= 2 / 10 = 1/5$$

கருப்பு பந்து எடுக்கும் நி.த. = $8 / 2+8$

$$= 8 / 10 = 4/5$$

வெள்ளை அல்லது கருப்பு பந்து எடுக்கும் நி.த. = $1 / 5 + 4 / 5$

2. சார்பு அலைவெண் கோட்பாடு (Relative Frequency Theory);

தொன்மைக் கருத்தில் சில குறைகள் உள்ளன. மழை பெய்யுமா பெய்யாதா என்று சொல்லும் போது, இரண்டும் சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சி எனக்கொள்ள முடியாது. அதேபோல் கம்சா என்றமாணவன் தேர்வில் வெற்றி பெறும் வாய்ப்பும் தோல்வியுறும் வாய்ப்பும் சமம் எனக் கொள்ள முடியாது. அவன் சிறந்த மாணவனாக இருப்பின் வெற்றிபெறும் வாய்ப்பு 1ஐ நெருங்கிவிடும். இத்தகைய சூழ்நிலைகளை அது விளக்கவில்லை. அது சூதாட்ட விளையாட்டுகளோடும் தொடர்புடையது. மேலும் ஒரு நாணயத்தை 10 தடவை சுண்டினால் 6முறை தலையும் 4 முறை பூவும் விழலாம். சம அளவில் விழாது. ஆனால் கண்டுதலை மிக அதிகத் தடவை நிகழ்த்தினால் பூவும் தலையும் சம அளவில் விழுவதற்கான வாய்ப்பு கூடுகின்றது. எனவே (n) மொத்த நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை கூடும்போது விழுவதற்கான வாய்ப்பு 0.5 ஐ நெருங்கும்.

$$\{ P[A] = \frac{a}{n} \}$$

$$P[A] = \frac{a}{n}$$



அதாவது ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு மிகவும் அதிக அளவிலான சோதனைகளில் நிகழும் அலைவு எண்களின் விகிதமாகும்.

3. தனிநபர் கண்ணோட்டம் (Personalistic View):

இது ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுவதற்கான வாய்ப்பை நாம் கருதுவதாக வெளியிடும் முறையாகும். இது தனி நபரது நம்பிக்கையைச் சார்ந்து உள்ளது. நிகழ்ச்சி நடைபெறுவதில் உள்ள நம்பிக்கையை தெரிவிக்க முடியும். கமல் M.Phil தேர்வில் முதல் வகுப்புப் பெறும் வாய்ப்பு 90% என்று கூறுவதைச் சொல்லலாம். இது 0 முதல் 1 வரை வரும் நடைபெறும் நம்பிக்கை உள்ள தெனில் 1ஐ நெருங்கி இருக்கலாம். ஆனால் இது நபருக்கு நபர் வேறுபடலாம் மிகவும் நெகிழ்ச்சியுடையது. மிகவும் துல்லியமான விவரங்களின் அடிப்படையில் கருத்துக்கள் வெளியிடப்படுவதில்லை. தனி நபரின் ஒரு புறச்சாய்வுக்கு இது இடமளிக்கிறது.

4. கொள்ளைசார் அணுகுமுறை (Auxiomatic Approach);

இதனை 1933இல் கோலமொகரலி (Kaimoqprav) அறிமுகம் செய்தார். இவர் நிகழ்தகவிற்கு விளக்கம் கூறவில்லை ஆனால் நிகழ்தகவுகளைத்தீர்மானிக்கும் மூன்று கொள்கைகளை வலியுறுத்தினார்.

(i) ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறும் நிகழ்தகவு 0 முதல் 1 வரை இருக்கும்

(ii) மொத்த கூறுபரப்பின் நிகழ்தகவு 1 அதாவது $p(5) = 1$.

(iii) Aயும் Bயும் ஒன்றையொன்று புறக்கணிக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில் A அல்லது B நிகழும் நிகழ்தகவு-

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ஆகும்.

II. நிகழ்தகவு விளக்கச் சொற்கள் (Terms in Probability):

i) நிகழ்ச்சி:



சோதனையின் முடிவு நிகழ்ச்சியாகும் ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டுதல் சோதனை, அதில் தலை அல்லது பூவிழுதல் நிகழ்ச்சியாகும்.

ii) எளிய நிகழ்ச்சிகள் (Simple events):

ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுவதையோ நடைபெறாததையோ காண்பது எளிய நிகழ்ச்சியாகும். ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டி விட்டால் தலை அல்லது பூவிழுதல் எளிய நிகழ்ச்சியாகும். ஒரு கூடையில் உள்ள பந்துக்களில் இருந்து ஒரு பந்தை எடுப்பதும் எளிய நிகழ்ச்சியாகும்.

iii) கூட்டு நிகழ்ச்சிகள் (Compound events):

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேலான நிகழ்ச்சிகள் ஒரே சமயத்தில் நடைபெறுவது கூட்டு நிகழ்ச்சி. ஒரேநேரத்தில் இரு நாணயங்களைச் சுண்டினால் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் நிகழும் உதாரணமாக ஒன்றில் தலையும் மற்றதில் பூவும் விழலாம்.

vi) முறையான நிகழ்ச்சிகள் (Exhaustive events):

ஒரு சோதனையில் கிடைக்கின்ற எல்லா முடிவுகளும் முழுமையான நிகழ்ச்சிகளாகும். (எ-டு) ஒரு தாயக்கட்டையை உருட்டிக் கிடைக்கின்ற முடிவுகள் 1,2,3,4,5,6 ஆகும்.

v) இணை நிகழ்ச்சிகள் (Complementary events):

A,B ஆகிய நிகழ்ச்சி ஒன்றையொன்று புறக்கணிப்பதாகவும். அதே சமயம் முழுமையாகவும் இருந்தால் அவை ஒன்றுக்கு ஒன்று இணையான நிகழ்ச்சிகளாகும். ஒரு தாயக்கட்டை உருட்டப்பட்டால் ஒற்றைப்படை எண்கள் (1,3,5) இரட்டைப்படை எண்கள் (2,4,6) கிடைப்பதைச் சொல்லலாம்.

vi) புறக்கணிக்கும் நிகழ்ச்சிகள் (Mutually Exclusive Events):

ஒரு சோதனையில் இரு நிகழ்ச்சிகள் ஒரு சேர நடக்காவிடில் அவை ஒன்றை ஒன்று புறக்கணிக்கும் நிகழ்ச்சியாகும். ஒரு நாணயத்தைச்



சுண்டினால் தலை விழும்; அல்லது பூவிழும். தாயக்கட்டையை உருட்டினால் 6 எண்களில் ஏதேனும் ஒன்றுதான் விழும்.

vii) தனித்த நிகழ்ச்சி (Independent Events):

ஏதேனும் ஒரு நிகழ்ச்சி நடைபெறுவது மற்ற நிகழ்ச்சியைப் பாதிக்காது. அதே சமயம் மற்றது நிகழ்வதால் இந்நிகழ்ச்சியும் பாதிக்காது அப்படியானால் அவை தனித்த நிகழ்ச்சிகளாகும். இரு நாணயங்களை ஒன்றன் பின் ஒன்றாகச் சுண்டினால் ஒன்றின் நிகழ்வுமற்றதைப் பாதிக்காது அதாவது முதல் சுண்டுதலின் நிகழ்வு இரண்டாவது சுண்டுதலின் நிகழ்வைப் பாதிக்காது.

(vii) சார்புள்ள நிகழ்ச்சிகள் (Dependent Events):

இரு நிகழ்ச்சிகளில் ஒன்று மற்றதைப் பாதித்தாலோ, அல்லது மற்றதால் பாதிக்கப்பட்டாலோ அவை இரண்டும் சார்புள்ள நிகழ்ச்சிகளாகும். எடுத்துக்காட்டாக. ஒரு சீட்டுக்கட்டில் இருந்து ஒரு ராணிச்சீட்டை எடுக்கும் நிகழ்தகவு $\frac{4}{52}$ அல்லது $\frac{1}{13}$ ஆகும். அச்சீட்டை மறுபடியும் கட்டில் போடாமல் இன்னும் ஒரு ராணி எடுப்பதனால் நிகழ்தகவு $\frac{3}{51}$ ஆகும். இந்த இரண்டு நிகழ்ச்சிகளும் சார்புள்ளவை.

(ix) சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சி (Equally Likely Events):

ஒரு சோதனையில் நிகழக்கூடிய எல்லா நிகழ்ச்சிகளும் சமவாய்ப்புள்ள நிகழ்ச்சிகளாகும். ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டினால் தலை, பூவிழக்கூடிய வாய்ப்பு சமம் ஆகும். ஒரு தாயக்கட்டையை உருட்டினால் 1,2,3,4,5,6 விழக் கூடிய வாய்ப்பு சமம். தொடராக ஒரு நாணயத்தை நிறையத் தடவைகள் சுண்டினால் தலையும் பூவும் விழும் நிகழ்தகவு சமம் ஆகும்.

நிகழ்தகவுத் தேற்றங்கள்

(i) கூட்டல் தேற்றம் (Addition Theorem):



A.B என்ற நிகழ்ச்சிகள் ஒன்றை ஒன்று புறக்கணிக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில், A அல்லது 8 நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு அவற்றின் தனித்தனி நிகழ்தகவுகளின் கூட்டல் ஆகும்.

$$P(A \text{ அல்லது } B) = P(A) + P(B)$$

மாதிரி: 2

ஒரு சீட்டுக்கட்டில் இருந்து ஒரு ராஜா அல்லது ஒரு ராணி சீட்டு எடுக்கும் நிகழ்தகவைக் காண்க

தீர்வு:

ராஜா சீட்டு எடுப்பதன் நிகழ்தகவு = $4/52$

ராணி சீட்டு எடுப்பதன் நிகழ்தகவு * $4/52$

ராஜ அல்லது ராணி சீட்டு எடுப்பதன் நி.த. = $4/52 + 4/52$

$$= 8/52 = 2/13$$

குறிப்பு :

AB என்ற இரு நிகழ்ச்சிகளும் புறக்கணிக்காத நிகழ்ச்சிகளானால் ஒன்றை ஒன்று

$$P(A \text{ அல்லது } B) = P(A) + P(B) - P(A \& B)$$

மாதிரி: 5

ஒருவர் 4 முறை சுட்டால் 3 முறை குறித்தட்டைத் தாக்குவார். மற்றவர் 3ல் 2 முறை குறித்தட்டைத் தாக்குவார். அப்படியானால் இருவரும் சேர்ந்து தாக்கும் நிகழ்தகவு என்ன? முதல்வர் தாக்கும் நி.த. = $3/4$

இரண்டாமவர் தாக்கும் நி.த. = $2/3$

$$P(A) + P(B) = 3/4 + 2/3 = 17/12$$



$$P(A \& B) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \& B)$$

$$= \frac{17}{12} - \frac{6}{12}$$

$$= \frac{11}{12}$$

(i) பெருக்கல் தேற்றம் (Multiplication Theorem):

AB என்ற இரு நிகழ்ச்சிகள் தனித்த நிகழ்ச்சிகளானால் இரண்டும் சேர்ந்தாற்போல் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு அவைகள் தனித்தனியே நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவின் பெருக்கல் பலனாகும்.

$$P(AB) = P(A) P(B)$$

மாதிரி 4

ஒரு தாயக்கட்டையை இரு முறை உருட்டினால் இரு முறையும் 6 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க..

தீர்வு:

$$\text{முதல் தடவை 6 கிடைக்கும் நி.த.} = \frac{1}{6}$$

$$2 \text{ வது தடவை 6 கிடைக்கும் நி.த.} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

(ii) கட்டுப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்தகவு :

AB ஆகியவை ஒன்றை ஒன்று சார்ந்த நிகழ்ச்சிகளாயின் அதாவது A நிகழ்ந்தால் B நிகழும்: B நிகழாமாயின் A நிகழும். அப்போது அதனைக் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்தகவு (Conditional Probability) என்கிறோம்.

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

அல்லது

$$P(AB) = P(A) \times P(B/A)$$



$$P(AB) = P(B) \times P(B/A)$$

மாதிரி 5

ஒரு கூடையில் 5 வெள்ளை 3 கருப்புப்பந்துகள் உள்ளன. இரண்டு பந்துகள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாக எடுக்கப்பட்டால், முதல் பந்தை மீண்டும் கூடையில் போடவில்லை என்றால். இரண்டும் கருப்பு பந்தாக இருக்கும் நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

முதல் பந்து கருப்பாக இருப்பின் நி.த.

$$P(A) = 3 / 5+3$$
$$= 3/8$$

இரண்டாவது பந்து கருப்பாக இருப்பதன் நி.த. = $P(B/A) = 2 / 5+2$

$$= 2/7$$

இரண்டும் கருப்பாக இருப்பதன் நி.த = $3/8 \times 2/7 = 6/56 = 3/28$

பலவகைக்கணக்குகள்

(1) 5 வெள்ளை பந்துகள் 4 சிவப்புப் பந்துகள் ஒரு பெட்டியிலுள்ளன. மூன்று வெள்ளைப் பந்துகள் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

முதல் பந்து வெள்ளையானால் நி.த. = $5 / 5+4 = 5/9$

இரண்டாவது பந்து வெள்ளையானால் நி.த = $4/8$

மூன்றாவது பந்து வெள்ளையானால் நி. = $3/7$

மூன்றும் வெள்ளையானால் நி.த. $5/9 \times 4/8 \times 3/7$



$$= 60/604 = 5/42$$

இதனைப் பின்வருமாறு செய்யலாம். $C = n!$

$$C_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

3 வெள்ளைப் பந்து 5 பந்துகளில் எடுப்பதன் முறை = 5C_2

3 பந்துகள் மொத்தத்தில் எடுப்பதன் முறை = 9C_3

3 வெள்ளை பந்துஎடுப்பதன் முறை = ${}^5C_2 / {}^9C_3$

$${}^5C_2 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = \frac{60}{6} = 10$$

$${}^9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = \frac{504}{6}$$

வெள்ளைப் பந்து எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு = $10 / 504 / 6 = 60 / 504$

$$= 5 / 42$$

(2) ஒரு கூடையில் 5 வெள்ளை, 5 கருப்புப்பந்துகள் உள்ளன. நான்கு பந்துகள் எடுக்கிறோம். நான்கு வெள்ளைப்பந்துகள் எடுப்பதன் ஊக அளவு என்ன? 2 வெள்ளை 2 கருப்பாக இருப்பதன் ஊக அளவு என்ன?

தீர்வு:

மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை = 10

$$(i) \quad 4 \text{ வெள்ளைப்பந்து எடுப்பதன் நிகழ்தகவு} = \frac{{}^5C_4}{{}^{10}C_4}$$

$${}^9C_4 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$



$$= 120 / 24$$

$$= 5$$

$${}^9C_4 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{5040}{24} = 210$$
$$= \frac{5}{210}$$

(ii) 2 வெள்ளை; 2 கருப்புப் பந்துகள் எடுக்கும் நி.த.

$$= \frac{{}^5C_2 \times {}^5C_1}{{}^{10}C_4}$$

$${}^5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

$${}^2C_2 = \frac{2 \times 1}{2 \times 1} = 1$$

$${}^{10}C_4 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$
$$= \frac{10 \times 10}{210} = \frac{100}{210} = \frac{10}{21}$$

3) ஒரு பேழையில் 6 வெள்ளை; 7 பச்சைப் பந்துகள் உள்ளன. இரண்டு முறை எடுக்கையில் 4 வெள்ளைப்பந்துகளும் 4 பச்சைப் பந்துகளும் எடுப்பதற்கான வாய்ப்பு என்ன? பந்துகளை திரும்பப்போட்ட போது, போடாத போது நிகழ்தகவு என்ன? @ 4 பந்துக்கள் எடுக்கும் நி.த. = ${}^6C_4 / {}^{13}C_4$

4 பச்சைப்பந்துக்கள் எடுக்கும் நி.த b. = ${}^7C_4 / {}^{13}C_4$



$${}^3C_4 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 15 \quad {}^7C_4 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$
$${}^{13}C_4 = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 715$$

∴ 4 வெ & 4 பச்சை பந்துகள் எடுக்கும் நி.த.

$$= \frac{15}{715} \times \frac{35}{715} = \frac{21}{20449}$$

(II) பந்துகளைத் திரும்பப் போடவில்லையானால்

$$4 \text{ வெ \& 4 பச்சை எடுக்கும் நி.த.} = \frac{{}^6C_4 \times {}^7C_4}{{}^{13}C_4 \quad {}^9C_4}$$

$$= \frac{5}{715} \times \frac{35}{126} = \frac{525}{90090}$$
$$= \frac{105}{18018}$$

ஏதேனும் ஒரு லீப் வருடத்தை தேர்ந்தெடுக்கின்ற போது அவ்வருடத்தில் 53 ஞாயிற்றுக்கிழமைகள் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

தீர்வு:

லீப் வருடத்தில் மொத்தம் 366 நாட்கள் இருக்கும் ஆதலால் அவ்வருடத்தில் மொத்தம் 52 முழுமையான வாரங்களும் (அதாவது $52 \times 7 = 364$) மீதம் 2 நாட்களும் இருக்கும் அந்த இரண்டு நாட்களும் பின்வரும் ஏழு முறைகளில் அமையலாம்.

1. திங்களும் செவ்வாயும்
2. செவ்வாயும் புதனும்
3. புதனும் வியாழனும்



4. வியாழனும் வெள்ளியும்
5. வெள்ளியும் சனியும்
6. சனியும் ஞாயிறும்
7. ஞாயிறும் திங்களும்

மேற்காணும் ஏழு நிகழ்ச்சிகளில் கடைசி இரண்டு நிகழ்ச்சிகளிலும் ஞாயிற்றுக்கிழமை வருவதற்கான வாய்ப்பு உள்ளது. ஆதலால் 53 ஞாயிற்றுக்கிழமைகள் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு = $2/7$

5. ஒருவர் மிகவும் அழகிய, பட்டப்படிப்பு படித்த மிகவும் பணக்காரப்பெண் ஒருத்தியை மணக்க விரும்புகின்றார். மிகவும் அழகிய பெண் கிடைப்பதற்கான வாய்ப்பு $1/100$ ஆகும் பட்டப்படிப்புபடித்த பெண் கிடைப்பதற்கான வாய்ப்பு $1/50$ ஆகும். மிகவும் பணக்காரப் பெண் கிடைப்பதற்கான வாய்ப்பு $1/500$ எனில் அவரில் விருப்பத்திற்கேற்ப திருமணம் நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

இங்கு கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற மூன்று நிகழ்ச்சிகளும் தனித்த நிகழ்ச்சிகளாகும். அவை மூன்றும் சேர்ந்தாற்போல் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவினை பெருக்கல் தோற்றத்தைப் பயன்படுத்திக் காண வேண்டும்.

திருமணமாவதற்குரிய நிகழ்தகவு = $1/100 \times 1/50 \times 1/500$

= $1/2500000$

= 0.0000004

(iv) புள்ளியியல் பரவல்கள் (Statistical Distributions):

கோட்பாட்டின் புள்ளியியல் பரவல்களை இரண்டுவகைகளாகப் பிரிக்கலாம் சேகரிக்கப் பெற்ற விவரங்களிலிருந்தும் அடிப்படையிலும் பரவல்களை உண்டாக்கலாம். மாணவர்களின் எடை, மதிப்பெண் போன்ற



விவரங்களைச் சேகரித்து அதனை வகைப்படுத்தி பரவல்கள் உண்டாக்கலாம். இதனை சேகரிக்கப் பெற்ற அலைவெண் பரவல் (Observed Frequency Distribution) என்றும் கூறலாம்.

நிகழ்தகவுக் கொள்கையின் அடிப்படையிலும் பரவல்களை உருவாக்கலாம். இதனை நிகழ்தகவுப் பரவல் (Probability Distribution) அல்லது கோட்பாட்டு அலைவெண் பரவல் (Theoretical Frequency Distribution) எனலாம்.

ஈருறுப்புப் பரவல், இயல்நிலைப் பரவல் ஆகிய இரண்டு கோட்பாடு அலைவெண் பரவல்களை இங்கு காண்போம்.

ஈருறுப்புப்பரவல் (Binomial Distribution):

இது ஒரு தொடர்ச்சியற்ற நிகழ்தகவுப் பரவலாகும் இதனை ஜேகப் பெர்னௌலி (1654-1705) (Jacob Bernoulli) என்னும் சுவிடன் கணித அறிஞர் உருவாக்கினார். ஆதலால் பெர்னௌலி பரவல் கூறுவர்.

எடுகோள்கள்:

ஈருறுப்புப் பரவல் கீழ்காணும் எடுகோள்களின் அடிப்படையில் உருவாக்கப் பெற்றுள்ளது-

1) ஒரு பரிசோதனை (Experiment) மாறாததூழ்நிலையில் குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையுள்ள சோதனைகளைக் (Trials) கொண்டிருக்க வேண்டும் அந்த எண்ணிக்கையை 'n' என்போம்

ஒரு நிகழ்ச்சியைப் பல சோதனைகள் மூலம் நடத்தி ஆராய்வது பரிசோதனை ஆகும். (எ-டு) பூவா, தலையா என்று ஒரு நாணயத்தைப் பத்து முறை சுண்டிவிடுதல். ஒவ்வொரு முறை சுண்டிவிடுவதையும் ஒரு சோதனை என்றும். மொத்த நிகழ்ச்சியினைப் பரிசோதனை என்றும் கூறுவோம்.



2) ஒவ்வொரு சோதனையிலும் இரண்டு விளைவுகள் மட்டுமே நடைபெறுவதாகக் கொள்வோம். ஒரு விளைவினை 'வெற்றி' (Success) என்றும், மற்றொரு விளைவினை தோல்வி (Failure) என்றும் கொள்வோம்.

3) வெற்றிக்கான நிகழ்தகவினை 'p' என்றும், தோல்விக்கான நிகழ்தகவினை 'q' என்றும் கொள்வோம். $p+q = 1$ அல்லது $q = 1 - p$

4) சோதனைகள் ஒவ்வொன்றும் தனித்தவை ஒரு சோதனையின் விளைவுகள் முந்திய சோதனையின் விளைவுகளைச் சார்ந்து இருக்காது. அதே போன்று ஒரு சோதனையின் விளைவு பிந்திய சோதனையின் விளைவுகளைப் பாதிக்காது.

விளக்கம்:

ஒரு சோதனையை 'p' தடவைகள் செய்கின்ற போது r தடவை வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது என்பதை ஈருறுப்புப் பரவல் பின்வருமாறு கூறுகின்றது:-

$$P(r) = {}^n C_r p^r q^{n-r}$$

இதில் p என்பது, ஒரு சோதனையில் வெற்றி பெறக்கூடிய நிகழ்தகவினைக் குறிக்கிறது.

$$q=1-p$$

n மொத்த சோதனைகளின் எண்ணிக்கை.

r = 'n சோதனைகளில் பெற்ற வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை

p என்பது (q + p) என்ற ஈருறுப்பு விரிவாக்கத்தின் (Binomial Expansion) (r + 1) வது உறுப்பு ஆகும். $(p+q)^n = q^n + nq^{n-1}p + \dots + np^{n-1}q + p^n$

p^{n-p} மேற்காணும் விரிவாக்கத்தின் முதல் உறுப்பு (q '0' வெற்றிக்கான நிகழ்தகவினையும். இரண்டாம் உறுப்பு $nq^{n-1}p$ ஒரு வெற்றிக்கான நிகழ்தகவினையும். மூன்றாம்



(1) உறுப்பு mc)" ற இரண்டு வெற்றிக்கான நிகழ்தகவினையும், இதே போன்று $r-1$ வது உறுப்பு r வெற்றிக்களுக்கான நிகழ்தகவின் கடைசி உறுப்பு r வெற்றிக்கான நிகழ்நகலினையும் குறிக்கின்றது

குறிப்பு: 1

\mathbb{R} ருறுப்புப்பரவலின் சராசரி மதிப்பு $X. = nP$

\mathbb{R} ருறுப்புப்பரவலின் திட்டவிலக்கம் $a = npq$

குறிப்பு: 2

'n' சோதனைகளைக் (Trial) கொண்ட ஒரு சோதனைத் தொடர் அல்லது பரிசோதனையை (Experiment) N' தடவை செய்கின்ற போது எதிர்பார்க்கப்படுகின்ற அலைவெண்களை (Expected Frequencies) காண்பதற்கு கீழ்காணும் விரிவாக்கத்தைப் (Expansion) பயன்படுத்த வேண்டும்.

$$N [q + p^n]^n = N [q^n + {}^nC_1 q^{n-1} p^1 + {}^nC_2 q^2 p^{n-2} + \dots + {}^nC_r q^{nr} p^r + \dots p^n]$$

கீழ்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் \mathbb{R} ருறுப்புப் பரவலை நன்கு புரிந்து கொள்ள உதவும்

எடுத்துக்காட்டு 1

1. ஒரு நாணயம் 6 முறை சுண்டிவிடப்படுகின்றது. நான்கு முறை தலைவிழுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:

ஒரு முறை நாணயம் சுண்டிவிடப்படுகின்றபோது தலைவிழுவதற்கான நிகழ்தகவு $1/2$ பூவிழுவதற்கான நிகழ்தகவு $1/2$ $= 1 - 1/2 = 1 - 1/2$



நாணயம் ஆறுமுறை சுண்டிவிடப்படுகின்றது

சோதனைகளின் எண்ணிக்கை $n = 6$

நான்கு முறை தலைவிழ வேண்டும்.

வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை $r (=4)$

$$p(r) = {}^n C_r q^r p^{n-r}$$

இதில் $r=4$, $n=6$ $q = \frac{1}{2}$ என்பதை பிரதியிட

$$\begin{aligned} P(r=1/2) &= {}^6 C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \\ &= {}^6 C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \quad \left[\because {}^n C_r = {}^n C_{n-r} \right] \\ &= \frac{6 \times 5}{1 \times 2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \\ &= 15 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \\ &= \frac{15}{64} = 0.234 \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு: 2

ஐந்து நாணயங்கள் ஒரே நேரத்தில் சுண்டி விடப்படுகின்றன. மூன்று அல்லது அதற்கு மேல் தலைகள் விழுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:



ஒரு நாணயத்தை ஐந்து முறை சுண்டிவிடுவதும், ஐந்து நாணயங்களை ஒரேநேரத்தில் சுண்டிவிடுவதும் ஒரே விதமான பரிசோதனைதான்.

சோதனைகளின் எண்ணிக்கை $n=5$

தலை (வெற்றி) கிடைப்பதற்கு நிகழ்தகவு $p = 1/2$

பூ (தோல்வி) கிடைப்பதற்கு நிகழ்தகவு $q = 1/2$

மூன்று அல்லது அதற்கு மேல் தலைகள் கிடைக்க வேண்டும்.

$$p(r \geq 3) = p(r=3) + p(r=4) + p(r=5).$$

$$\begin{aligned} p(r) &= n_c r q p^{n-r} p_r \\ p(r=3) &= 5c_2 \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= 5c_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= 10 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= \frac{10}{32} = 0.31 \\ P(r=4) &= 5C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \\ &= 5C_4 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^4 \\ &= 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{5}{32} = 0.16 \\ p(r=5) &= 5C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &= \frac{1}{32} = 0.03 \end{aligned}$$

3. அல்லது அதற்கு மேல் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= p(r>3)$$

$$= p(r=3)+p(r=4)+p(r=5)$$

$$= 0.31+0.16 +0.03$$

$$= 0.50$$

எ-டு: 3

ஒரு தொழிற்சாலையில் பணிபுரியும் தொழிலாளர்களில் 20 சதவீதத்தினருக்கு ஆஸ்த்துமா நோய் ஏற்படவாய்ப்புள்ளது எனில் ஆறு



தொழிலாளர்களில் இரண்டு பேர்களுக்கு நோய் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:

ஒரு தொழிலாளிக்கு நோய் ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு = $\{ 20/100 \} = \{1/5\}$

$P = (1/5)$ $q = 4/5$



இங்கே $n = 6$

$$r = 2$$

$$P_{(r)} = {}^n C_r P^r q^{n-r}$$

$$P(r=2) = {}^6 C_2 \left(\frac{4}{5}\right)^{6-2} \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$= \frac{6 \times 5}{1 \times 2} \left(\frac{4}{5}\right)^4 \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$= 15 \times \frac{256}{625} = \frac{1}{25}$$

$$= \frac{3840}{15625} = 0.25$$

ஈருறுப்புப் பரவலை பொருத்துதல் சேகரிக்கப் பெற்ற விவரங்களுக்கு எவ்வாறு ஈறுருப்புப் பரவலைப் பொருத்த முடியும் என்பதைக் காணலாம்.



1) முதல் நிகழ்ச்சிகளின் வெற்றி (p). தோல்வி (q) ஆகியவைகளுக்கான நிகழ்தகவினைக் கணக்கிட வேண்டும்.

2) (q+p) ஐ விரிவாக்கம் செய்ய வேண்டும்.

3) (q+p). இதன் ஒவ்வொரு உறுப்பினையும் மொத்த அலைவெண்ணால் (N) பெருக்கினால் ஒவ்வொரு பிரிவிலுமுள்ள எதிர்பார்க்கின்ற அலைவெண் கிடைக்கும். கீழ்காணும் எடுத்துக்காட்டு இதனை விளக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு : 4

ஆறு நாணயங்களை 64 முறை சுண்டி விட்டதில் கீழ்காண்ட முடிவுகள் கிடைக்கப் பெற்றன. இவ்விவரங்களுக்கு ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொருத்துக.

தலைகளின்	0	1	2	3	4	5	6
எண்ணிக்கை							
அலைவெண்	2	6	10	20	15	7	4



தீர்வு:

ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டிவிடும் போது தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு $p = \frac{1}{2}$; $q = \frac{1}{2}$

இங்கே $n = 6$; $N = 64$

$$p(r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} q^{n-r} p^r$$

$n(q+p)^n$ ஐ விரித்து எழுதுகின்ற போது கிடைக்கின்ற ஒவ்வொரு உறுப்பும் எதிர்பார்க்கின்ற அலைவெண் ஆகும்.

தலைகளின் எண்ணிக்கை	அலைவெண் $N \times \frac{n!}{r!(n-r)!} q^{n-r} p^r$
0	$64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1$
1	$64 \times 6c_1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 6$
2	$64 \times 6c_2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 15$
3	$64 \times 6c_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 20$
4	$64 \times 6c_4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 15$
5	$64 \times 6c_5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 6$
6	$64 \times 6c_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1$

இப்பரவலின் சராசரி = np .

$$6 \times \frac{1}{2} = 3$$

இப்பரவலின் திட்டவிலக்கம் = \sqrt{npq}



$$V6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$=V15$$

$$= 1.22$$

1. பலவகைப்பட்ட கணக்குகள் ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலின் சராசரி 5. அதன் திட்டவிலக்கம் 3 இக்கூற்று சரியா? தவறா?

தீர்வு:

ஈருறுப்புப்பரவலின் சராசரி $P = 5$.

திட்ட விலக்கம் $V_{npq} = 3$

$$Npq = 9'$$

$$5q = 9. (np = 5)$$

$$\therefore q=9/5=18>1$$

எந்த நிகழ்தகவும் ஒன்றுக்கு அதிகமாக இருக்க முடியாது.. ஆதலால் இது தவறு

2. ஒரு தவறான அளவுடைய சட்டை தைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 01 என்றால் 800 சட்டைகள் தைக்கப்படுகின்ற போது கிடைக்கின்ற தவறான அளவுகளுடைய சட்டைகளின் பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கத்தினைக் காண்க.

தீர்வு:

இது ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

இங்கு $n = 800$

தவறான சட்டையின் நிகழ்தகவு = $1/10$

$$\therefore q=9/10$$



$$\text{சராசரி} = np = 800 \times 1/10 = 80$$

$$\text{திட்டவிலக்கம்} = \sqrt{npq} = \sqrt{800 \times 1/10 \times 9/10}$$

$$= \frac{\sqrt{8}}{9}$$

$$= 0.94$$

2. இயல்நிலைப் பரவல் (Normal Distribution):

இது ஒரு தொடர்ச்சியான பரவலாகும். இது ஈருறுப்புப் பரவலின் அடிப்படையில் அமைந்தது. ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலின் 'P'யும் 'q'வும் சமமாக இருப்பினும் இல்லாவிடினும், சோதனைகளின் எண்ணிக்கை " மிகவும் அதிகமாக இருக்கின்ற போது ஈருறுப்புப் பரவல் ஓர் இயல்நிலைப் பரவலாக மாறும் இயல்நிலைப் பரவலைக் கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கலாம்.

$$P(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{X-\bar{X}}{\sigma}\right)^2}$$

இதில் \bar{X} , X என்ற மாறியின் கூட்டுச்சராசரி
 σ X ன் திட்டவிலக்கம்

$$\sqrt{2\pi} = 2.5066; e = 2.7183$$

$p(X)$ என்பது X என்ற மாறியின் நிகழ்தகவு மதிப்பு எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு

அதாவது X ன்

இயல்நிலைப் பரவலின் இயல்புகள் (Properties of Normal Distribution)



1. இயல்நிலைப் பரவல் மணி வடிவமானது 2. இது ஒரு கோட்டமற்ற பரவலாகும்.
3. இயல் நிலைப் பரவலின் கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை. முகடு ஆகியவை ஒரே மதிப்பாக அமையும்.
4. இது ஒரு சமச்சீரான பரவலாகும். கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து இப்பரவலை இரு பாதிகளாகப் பகுக்கின்ற போது இரு பாதிகளும் ஒன்றுபோல இருக்கும்.
5. இயல்நிலைப் பரவல் கூட்டுச்சராசரியின் மதிப்பிற்கு நேராக மிக உயர்ந்து காணப்படும்.
6. இது ஒரே முகடைக் கொண்டிருக்கும்
7. இப்பரவலின் சரிவுப்பாதைப்புள்ளி (Point of Inflexion) $x \mp$ ஆகிய புள்ளிகளில் அமையும்
8. இது ஒரு தொடர்ச்சியான பரவல்
9. முதலாம் மற்றும் மூன்றாம் கால்மானங்கள் இயல் நிலையிலிருந்து சமமான தூரத்தில் இருக்கும்.
10. இயல்நிலைப் பரவலின் பரப்பு கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.
 - அ) $X \pm 068.27$ சதவீதப்பரப்பினைக் கொண்டிருக்கும்
 - ஆ) $X \pm 2095, 45$ சதவீதப்பரப்பினைக் கொண்டிருக்கும்.
 - இ) $X \pm 3099.73$ சதவீதப்பரப்பினைக் கொண்டிருக்கும்
 - ஈ) $X \pm 1.96- 95$ சதவீதப்பரப்பினைக் கொண்டிருக்கும்.
 - உ) $X \pm 2.57099$ சதவீதப்பரப்பினைக் கொண்டிருக்கும்.

தரமான இயல்நிலைப் பரவல்! (Standard Normal Distribution);



நிலையான இயல்பான விநியோகம் என்பது சாதாரண விநியோகத்தின் வடிவங்களில் ஒன்றாகும். ஒரு சாதாரண சீரற்ற மாறியானது பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமமான சராசரி மற்றும் ஒன்றுக்கு சமமான நிலையான விலகலைக் கொண்டிருக்கும் போது இது நிகழ்கிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், சராசரி 0 மற்றும் நிலையான விலகல் 1 உடன் இயல்பான விநியோகம் நிலையான இயல்பான விநியோகம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. மேலும், நிலையான இயல்பான விநியோகம் பூஜ்ஜியத்தில் மையமாக உள்ளது, மேலும் நிலையான விலகல் கொடுக்கப்பட்ட அளவீடு சராசரியிலிருந்து விலகும் அளவை வழங்குகிறது.

நிலையான இயல்பான விநியோகத்தின் சீரற்ற மாறி நிலையான மதிப்பெண் அல்லது z - மதிப்பெண் என அறியப்படுகிறது. பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு சாதாரண சீரற்ற மாறி X ஐ az மதிப்பெண்ணாக மாற்றுவது சாத்தியம்:

$$z = (X - \mu) / \sigma$$

இதில் X என்பது ஒரு சாதாரண சீரற்ற மாறி, μ என்பது X இன் சராசரி, மற்றும் σ என்பது X இன் நிலையான விலகல் ஆகும். நீங்கள் சாதாரண விநியோக சூத்திரத்தையும் இங்கே காணலாம். நிகழ்தகவு கோட்பாட்டில், இயல்பான அல்லது காஸியன் பரவலானது மிகவும் பொதுவான தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு பரவலாகும்.

நிலையான இயல்பான விநியோக அட்டவணை

நிலையான இயல்பான விநியோக அட்டவணையானது வழக்கமாக விநியோகிக்கப்படும் சீரற்ற மாறி Z இன் நிகழ்தகவை வழங்குகிறது, இதன் சராசரி 0 க்கு சமமானது மற்றும் 1 க்கு சமமான வேறுபாடு z க்கு சமமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இல்லை. இயல்பான பரவல் என்பது ஒரு நிலையான நிகழ்தகவு பரவலாகும். இது காஸியன் விநியோகம்



என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இது z இன் நேர்மறை மதிப்பீடுகளுக்கு மட்டுமே பொருத்தமானது.

ஒரு குறிப்பிட்ட அளவிலான விநியோகத்தின் நிகழ்தகவைக் கண்டறிய, வளைவின் $f(z)$ கீழ் பகுதியைத் தீர்மானிக்க நிலையான இயல்பான விநியோக அட்டவணை பயன்படுத்தப்படுகிறது. சாதாரண விநியோக அடர்த்தி செயல்பாடு $f(z)$ பெல் வளைவு என அழைக்கப்படுகிறது, ஏனெனில் அதன் வடிவம் மணி போல் தெரிகிறது.

இதற்கு என்ன அர்த்தம்? ஒரு மதிப்பின் நிகழ்தகவு துல்லியமாக இல்லை அல்லது நிலையான நேர்மறை z மதிப்பை விட அதிகமாக இல்லை என்பதை நீங்கள் கண்டறிய வேண்டும். மேலையில் அதைக் கண்டுபிடிப்பதன் மூலம் நீங்கள் அதைக் கண்டறியலாம். இது பகுதி Φ என அழைக்கப்படுகிறது.

ஒரு நிலையான இயல்பான விநியோக அட்டவணையானது ஒரு குறிப்பிட்ட z -ஸ்கோர்டன் இணைக்கப்பட்ட ஒட்டுமொத்த நிகழ்தகவை வழங்குகிறது. அட்டவணையின் வரிசைகள் z -ஸ்கோரின் முழு எண்ணையும் பத்தாவது இடத்தையும் குறிக்கும். அட்டவணையின் நெடுவரிசைகள் நூறாவது இடத்தைக் குறிக்கின்றன. ஒட்டுமொத்த நிகழ்தகவு $(-\infty$ இலிருந்து z -ஸ்கோர் வரை) அட்டவணையின் கலத்தில் வரும்.

எடுத்துக்காட்டாக, நிலையான சாதாரண அட்டவணையின் ஒரு பகுதி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. -1.21 க்கு சமமான z -ஸ்கோரின் ஒட்டுமொத்த நிகழ்தகவைக் கண்டறிய, அட்டவணையின் -1.2 கொண்ட வரிசையை 0.01 வைத்திருக்கும் நெடுவரிசையுடன் குறுக்கு-குறிப்பு செய்யவும். நிலையான இயல்பான சீரற்ற மாறி -1.21 க்கும் குறைவாக இருக்கும் நிகழ்தகவு 0.1131 என்று அட்டவணை விளக்குகிறது; அதாவது, $P(Z < -1.21) = 0.1131$. [இந்த அட்டவணை \$z\$ -ஸ்கோர் அட்டவணை](#) என்றும் அழைக்கப்படுகிறது .



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011
...
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056
...
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989

நிலையான இயல்பான விநியோக பகுதி

வரைபட ரீதியாக, Z இன் நிகழ்தகவு சரியாக "a" அல்ல $\Phi(a)$, நிலையான சாதாரண விநியோக அட்டவணையில் இருந்து உருவானது, பின்வருமாறு நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது:

$P(Z < -a)$

மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி, நிலையான இயல்பான விநியோக அட்டவணை மதிப்புகளுக்கு நிகழ்தகவை அளிக்கிறது, நேர்மறை z மதிப்பு அல்ல (அதாவது, சராசரியின் வலது பக்கத்தில் உள்ள z மதிப்புகள்). எதிர்மறை z மதிப்பிற்குக் கீழே உள்ள நிகழ்தகவை (கீழே குறிப்பிட்டுள்ளபடி) எப்படிக்கண்டறிவது?

$P(Z > a)$

$P(Z > a)$ இன் நிகழ்தகவு $1 - \Phi(a)$ ஆகும்.



$\Phi(a)$ என்பது உங்களுக்குத் தெரியும், மேலும் நிலையான இயல்பான வளைவின் கீழ் உள்ள மொத்தப் பரப்பளவு 1 என்று எண்ணி முடிவின் மூலம்: $P(Z > a)$ என்பது $1 - \Phi(a)$.

$P(Z > -a)$

$P(Z > -a)$ இன் நிகழ்தகவு $\Phi(a)$, இது $\Phi(a)$ ஆகும். இதைப் புரிந்துகொள்ள, நிலையான இயல்பான விநியோக வளைவின் சமச்சீர்மையை நாம் மதிப்பிட வேண்டும்.

$P(Z < a)$. இந்த வழியில், $P(Z > -a)$ என்பது $P(Z < a)$, இது $\Phi(a)$ ஆகும்.

z மதிப்புகளுக்கு இடையே நிகழ்தகவு

z, அதாவது a மற்றும் b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளுக்கு இடையே உள்ள நிகழ்தகவைக் கண்டுபிடிப்போம்.

$$P(Z < b) - P(Z < a) = \Phi(b) - \Phi(a)$$

இதனால்,

$$P(a < Z < b) = \Phi(b) - \Phi(a)$$

இங்கே, a மற்றும் b இன் மதிப்புகள் நேர்மறையாக இருக்கும்.

நிலையான இயல்பான விநியோக செயல்பாடு

ஒரு சீரற்ற மாறி x க்கான நிலையான இயல்பான விநியோக செயல்பாடு பின்வருமாறு வழங்கப்படுகிறது:

நிகழ்தகவு அடர்த்தி செயல்பாடு சூத்திரத்தால் வழங்கப்படுகிறது,

இது $\mu = 0$ மற்றும் $\sigma = 1$ ஆகும் போது இது ஒரு சிறப்பு நிகழ்வு. ஒரு சாதாரண விநியோகத்தின் இந்த நிலைமை நிலையான சாதாரண விநியோகம் அல்லது அலகு சாதாரண விநியோகம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.



ஒட்டுமொத்த விநியோக செயல்பாடு

நிலையான இயல்பான விநியோகத்தின் ஒட்டுமொத்த விநியோக செயல்பாடு (CDF) பொதுவாக பெரிய கிரேக்க எழுத்து Φ உடன் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் சூத்திரத்தால் வழங்கப்படுகிறது:

நிலையான இயல்பான விநியோக பயன்கள்

- நிலையான இயல்பான விநியோகம் என்பது ஒரு சாதாரண விநியோகத்தை எண்களாக மொழிபெயர்ப்பதற்கான ஒரு கருவியாகும். ஆரம்பத்தில் அறியப்பட்டதை விட தரவுத் தொகுப்பைப் பற்றிய கூடுதல் தகவலைப் பெற இதைப் பயன்படுத்தலாம்.
- நிலையான இயல்பான விநியோகம், எங்கள் விநியோகத்தில் ஏற்படும் குறிப்பிட்ட மதிப்புகளின் நிகழ்தகவை விரைவாக மதிப்பிட அனுமதிக்கிறது அல்லது தரவுத் தொகுப்புகளை மாறுபட்ட வழிமுறைகள் மற்றும் நிலையான விலகல்களுடன் ஒப்பிடலாம்.
- மேலும், நிலையான இயல்பான விநியோகத்தின் z-ஸ்கோர் என்பது ஒரு தரவுப் புள்ளி சராசரிக்கு மேல் அல்லது கீழே விழும் நிலையான விலகல்களின் எண்ணிக்கையாக விளக்கப்படுகிறது.

நிலையான இயல்பான விநியோகத்தின் சிறப்பியல்புகள்

ஒரு நிலையான இயல்பான விநியோகத்தின் z-ஸ்கோர் என்பது ஒரு நிலையான மதிப்பெண் ஆகும், இது ஒரு தனிப்பட்ட மதிப்பில் (x) இருக்கும் சராசரியிலிருந்து எத்தனை நிலையான விலகல்கள் உள்ளன என்பதைக் குறிக்கிறது:

- z-ஸ்கோர் நேர்மறையாக இருக்கும்போது, x -மதிப்பு சராசரியை விட அதிகமாக இருக்கும்
- z-ஸ்கோர் எதிர்மறையாக இருக்கும்போது, x -மதிப்பு சராசரியை விட குறைவாக இருக்கும்
- z-ஸ்கோர் 0 க்கு சமமாக இருக்கும் போது, x மதிப்பு சராசரிக்கு சமமாக இருக்கும்



அனுபவ விதி அல்லது நிலையான இயல்பான விநியோகத்தின் 68-95-99.7 விதி, கொடுக்கப்பட்ட இயல்பான விநியோகத்தில் பெரும்பாலான மதிப்புகள் எங்குள்ளது என்பதை நமக்குக் கூறுகிறது. எனவே, நிலையான இயல்பான விநியோகத்திற்கு, 68% அவதானிப்புகள் சராசரியின் 1 நிலையான விலகலுக்குள் உள்ளன; 95% சராசரியின் இரண்டு நிலையான விலகல்களுக்குள் உள்ளது; 99.7% சராசரியின் 3 நிலையான விலகல்களுக்குள் உள்ளது.

இயல்பான விநியோகம்-உண்மையான உலக உதாரணம்

பொதுவாக, நிஜ உலகில் நடக்கும் நிகழ்வுகள் ஒரு சாதாரண விநியோகத்தைப் பின்பற்றுகின்றன. நிஜ-உலகக் காட்சிகளுடன் இணைக்கப்பட்ட நிகழ்தகவுகளை மதிப்பிடுவதற்கான மாதிரியாக சாதாரண விநியோகத்தைப் பயிற்சி செய்ய இது ஆராய்ச்சியாளர்களுக்கு உதவுகிறது. அடிப்படையில், பகுப்பாய்வு இரண்டு படிக்களை உள்ளடக்கியது:

- $z = (X - \mu) / \sigma$ என கொடுக்கப்பட்ட மாற்று சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, மூலத் தரவை z-ஸ்கோர் வடிவமாக மாற்றுகிறது.
- நிகழ்தகவைக் கண்டறிதல். மூலத் தரவு z-ஸ்கோர்களாக மாற்றப்பட்ட பிறகு, நிலையான இயல்பான விநியோக அட்டவணைகள் அல்லது சாதாரண விநியோகக் கால்குலேட்டர்களின் உதவியுடன் z-ஸ்கோர்களுடன் இணைக்கப்பட்ட நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறிய ஆன்லைனில் கிடைக்கும்.

நிலையான இயல்பான விநியோக பிரச்சனை மற்றும் தீர்வு

1: சில கணினிகளுக்கு, பேட்டரியின் சார்ஜ்களுக்கு இடையேயான கால அளவு பொதுவாக 50 மணிநேரம் மற்றும் 15 மணிநேர நிலையான விலகலுடன் விநியோகிக்கப்படுகிறது. ரோஹனிடம் இந்த கணினிகளில்



ஒன்று உள்ளது, மேலும் அந்த நேரம் 50 முதல் 70 மணிநேரம் வரை இருக்கும் நிகழ்தகவை அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.

தீர்வு: x என்பது கால அளவைக் குறிக்கும் சீரற்ற மாறியாக இருக்கட்டும்.

கொடுக்கப்பட்ட சராசரி, $\mu = 50$

மற்றும் நிலையான விலகல், $\sigma = 15$

கண்டுபிடிக்க: x என்பது 50 மற்றும் 70 அல்லது $P(50 < x < 70)$

உருமாற்றச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், நமக்குத் தெரியும்;

$$z = (X - \mu) / \sigma$$

$$x = 50 \text{ க்கு, } z = (50 - 50) / 15 = 0$$

$$x = 70 \text{ க்கு, } z = (70 - 50) / 15 = 1.33$$

$$P(50 < x < 70) = P(0 < z < 1.33) = [z \text{ க்கு இடதுபுறம் உள்ள பகுதி} = 1.33] - [z \text{ க்கு இடப்புறம்} = 0]$$

அட்டவணையில் இருந்து நாம் மதிப்பைப் பெறுகிறோம், எடுத்துக்காட்டாக;

$$P(0 < z < 1.33) = 0.9082 - 0.5 = 0.4082$$

ரோஹனின் கணினி 50 மற்றும் 70 மணிநேரங்களுக்கு இடைப்பட்ட காலப்பகுதியைக் கொண்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.4082 க்கு சமம்.

2: கார்களின் வேகம் ஒரு மோட்டார் பாதையில் ரேடார் யூனிட்டைப் பயன்படுத்தி அளவிடப்படுகிறது. வேகம் பொதுவாக 90 கிமீ/மணி மற்றும் நிலையான விலகல் 10 கிமீ/மணியுடன் விநியோகிக்கப்படுகிறது. தற்செயலாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட கார் மணிக்கு 100 கிமீ வேகத்தில் நகர்வதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு: கார்களின் வேகம் ஒரு சீரற்ற மாறி ' x ' மூலம் குறிக்கப்படுகிறது.



இப்போது, கொடுக்கப்பட்ட சராசரி, $\mu = 90$ மற்றும் நிலையான விலகல், $\sigma = 10$.

கண்டுபிடிக்க: 100 அல்லது $P(x > 100)$ ஐ விட x அதிகமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

உருமாற்றச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், நமக்குத் தெரியும்;

$$z = (X - \mu) / \sigma$$

எனவே,

$$x = 100 \text{ க்கு, } z = (100 - 90) / 10 = 1$$

$$P(x > 90) = P(z > 1) = [\text{மொத்த பரப்பளவு}] - [z \text{ க்கு இடதுபுறம் உள்ள பகுதி} = 1]$$

$$P(z > 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$

இயல்நிலைப் பரவலின் அலைவெண் வளைகோட்டை இயல்நிலை வளைகோடு (Normal Curve) என்போம். ஒரு தரமான இயல்நிலை வளைகோட்டிற்கும் x அச்சுக்கும் இடைப்பட்ட பரப்பு 1 ஆகும். தரமான இயல்நிலை வளைகோட்டு பரப்பு அட்டவணையில்

'0' விலிருந்து வெல்வேறு புள்ளிகளுக்கு இடையே இயல்நிலை வளைகோடு தாங்கும் பரப்பினைக் காணலாம்.

இதனை பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் விளங்கும்.

எடுத்துக்காட்டு:1

ஒரு தரமான இயல்நிலைப் பரவல் $Z=0$ $Z=14$ ஆகிய இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே தாங்கும் பரப்பு யாது?

விடை: 0.4192

குறிப்பு அட்டவணையில் $z=1.4$ என்ற மதிப்புக்கு 0.4192 எனத் தரப்பட்டுள்ளது.



எடுத்துக்காட்டு 2 ஒரு தரமான இயல்நிலைப் பரவல்

$Z=1.2$ என்ற மதிப்பிற்கும் $Z=1.5$ என்ற மதிப்பிற்கும் இடையில் தாங்கும் பரப்பு:யாது?

தீர்வு: இயல்நிலைப் பரவல் சமச்சீரான பரவல் என்பதால் $Z=1.2$ ஆகிய இரு மதிப்புகளுக்கு இடையில் தாங்கும் பரப்பளவும்: $Z=1.5$ ஆகிய மதிப்புகளுக்கிடையே தாங்கும் பரப்பளவும் ஒன்றாகும். ஆதலால் $Z=1.2$ என்பதற்குப் பதிலாக $Z=1.5$ என்பதைப் பார்த்தால் போதுமானது

$Z=1.2$ என்பது பரவலின் மையநிலைப் போக்கு அளவைக்கு இடப்பக்கத்தில் உள்ளதை அறிக.

நேரிடை மதிப்பு மையநிலைப் போக்கு அளவை (0)க்கு வலப்பக்கத்திலும்: எதிரிடை மதிப்பு இடப்பக்கத்திலும் இருக்கும்.

$Z=1.2$ இவற்றிற்கு இடையேயுள்ள பரப்பு = 0.3849; $Z=1.5$ இவற்றிற்கு இடையேயுள்ள பரப்பு 0.43332

$Z=1.2$ & $Z=1.5$ இவற்றிற்கு இடையேயுள்ள பரப்பு = 0.4332

∴ $Z=1.2$ & $Z=1.5$ ஆகியவைகளுக்கு இடையேயுள்ள பரப்பு $0.3849 + 0.43332 = 0.8181$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 3

$Z=0.55$ & $Z=1.3$ ஆகியவைகளுக்கு இடையே தரமான இயல்நிலைப் பரவல் தாங்கும் பரப்பினைக் காண்க.

தீர்வு:

$Z=0.55$ ஆகியவைகளுக்கு இடையேயுள்ள பரப்பு -0.2088

$Z=1.3$ ஆகியவைகளுக்கு இடையேயுள்ள பரப்பு 0.4032

$Z=0.55$: $Z=1.3$ ஆகியவைகளுக்கு இடையேயுள்ள பரப்பு = $0.4032 - 0.2088$



=0.1944 விடை

எடுத்துக்காட்டு: 4

$Z=1.25$ என்ற மதிப்பிற்கு வலப்புறத்தில் ஓர் இயல் நிலைப் பரவல் தாங்கும் பரப்பளவு யாது?

தீர்வு:

$Z=0$ என்ற புள்ளிக்கு ஓர் இயல் நிலைப் பரவல் 0.5000 பரப்பளவைத் தாங்குகின்றது.

$Z=0$ & $Z=1.25$ ஆகிய புள்ளிகளுக்கு இடையல் 0.3944 பரப்பளவைத் தாங்குகின்றது.

∴ $Z=1.25$ க்கு வலப்புறத்தில் தாங்கும் பரப்பளவு = 0.5000 - 0.3944

விடை = 0.1056

இதுவரை தரமான இயல்நிலைப் பரவல் தாங்குகின்ற பரப்பளவைக் காணும் முறையினை அறிந்தோம். இதன் அடிப்படையில் இயல்நிலைப் பரவல் தாங்குகின்ற பரப்பளவை அறியும் விதத்தினையும் அதன் மூலம் நிகழ்தகவினை அறியும் விதத்தினையும் இனி அறிவோம்.

எடுத்துக்காட்டு: 1

ஒரு பரவலில் கூட்டுச்சராசரி 20. அதன் திட்ட விலக்கம் 5. இப்பரவல் 10.30 ஆகிய X மதிப்புக்களுக்கிடையே தாங்கும் பரப்பளவினைக் காண்க.

தீர்வு:



$\bar{X} = 20; \sigma = 5$ எனத்தரப்பட்டுள்ளன.

$X \sim N(\bar{X}, \sigma)$

X தர இயல் நிலைப்பரவல் மாறி (Z) ஆக மாற்ற வேண்டும். $Z \sim N(0,1)$

$$X = 10 \text{ என்பதன் } Z \text{ மதிப்பு } \frac{X - \bar{X}}{\sigma} \\ = \frac{10 - 20}{5} = \frac{-10}{5} = -2$$

$$Z = 30 \text{ என்பதன் } Z \text{ மதிப்பு } = 30 - 20 / 5 = 10 / 5 = 2$$

$Z = -2, Z = 2$ ஆகிய மதிப்புக்களுக்கிடையே தர இயல் நிலைப்பரவல் தாங்கும் பரப்பளவு = $0.4772 + 0.4772$

$$= 0.9544$$

எடுத்துக்காட்டு:

1000 மாணவர்கள் எழுதிய ஒரு பொது அறிவுத் தேர்வில் சராசரி மதிப்பண் 45, மதிப்பெண்களின் திட்டவிலக்கம் 15 ஆகும். (அ) 50 மதிப்பெண்களுக்கு மேல்பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

ஆ) 30.60 ஆகிய மதிப்பெண்களுக்கு இடையில் மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் எண்ணிக்கை யாது?

தீர்வு: மதிப்பெண்களை 'X' என்று குறிப்பிடுவோம்.

$$X = 45 \quad \sigma_x = 15$$

$$\text{அ) } X = 50 \text{ என்பதன் } Z \text{ மதிப்பு } = 50 - 45 / 15$$

$$= 5 / 15 = 1 / 3$$

$$= 0.33$$



$Z = 0.33$ என்ற மதிப்பிற்கு வலது பக்கத்தில் இயல் நிலைப் பரவல் தாங்கும் பரப்பளவு = $0.5000 - 0.1293$

$$= 0.3707$$

50 மதிப்பெண்களுக்கு மேல் பெறுகின்ற மாணவர்களின்

$$\text{நிகழ்தகவு} = 0.3707$$

∴ 1000 மாணவர்களில் 50 க்கு மேல் மதிப்பெண் பெறுபவர்களின் எண்ணிக்கை = 0.3707×1000

$$= 370.7$$

$$= 371 \text{ பேர்}$$

(ஆ) $x = 30$ என்பதன் Z மதிப்பு = $\frac{30 - 45}{15}$

$$= \frac{-15}{15}$$

$$= -1$$

$x = 60$ என்பதன் Z மதிப்பு = $\frac{60 - 45}{15} = \frac{15}{15} = 1$

$Z = -1$ & $Z = 1$ ஆகிய மதிப்புகளுக்கு இடையேயுள்ள

$$\text{பரப்பு} = 0.3413 + 0.3413$$

$$= 0.6826$$

30-60 மதிப்பெண்கள் பெறுகின்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவு

$$= 0.6826$$

1000 மாணவர்களில் 30 - 60 மதிப்பெண்கள் பெறுகின்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 0.6826×1000

$$= 683.6$$



= 683 பேர்

இயல்நிலைப் பரவலை பொருத்துதல்(Fitting a Normal Distribution) :
சேகரிக்கப்பெற்ற விவரங்களுக்கு எவ்வாறு இயல் நிலைப் பரவலை
அமைக்கலாம் என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டின் மூலம் அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு:

பின்வரும் விவரங்களுக்கு ஒரு இயல்நிலைப் பரவலைப் பொருத்துக.

X	50-52	53 - 55	56 - 58	59 - 61	62 - 64
f	5	20	45	20	10

தீர்வு:

முதலில் கூட்டுச்சராசரியும், திட்டவிலக்கத்தினையும் கண்டு பிடிக்க
வேண்டும்.



பிரிவு இடைவெளி	m நடுமதிப்பு	f	A = 57 $d^1 = \frac{m - A}{C}$	fd ¹	fd ¹²
50-52	51	5	-2	-10	20
53-55	54	20	-1	-20	20
56-58	57	45	0	0	0
59-61	60	20	1	20	20
62-64	63	10	2	20	40
		100		10	100

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fd^1}{n} \times C$$

$$= 57 + \frac{10}{100} \times 3 \quad (C = 3)$$

$$= 57 + \frac{30}{100}$$

$$= 57 + 0.3 = 57.3$$

$$\bar{X} = 57.3$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^1^2}{n} - \left(\frac{\sum fd^1}{n}\right)^2 \times C}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{100}{100} - \left(\frac{10}{100}\right)^2 \times 3}$$

$$\sigma = \sqrt{1 - (0.1)^2} \times 3$$

$$= \sqrt{1 - 0.01} \times 3$$

$$= \sqrt{0.99} \times 3$$

$$= 0.99 \times 3$$

$$\sigma = 2.97$$



(x) மாறிகளின் மதிப்பைத் தரமான இயல்நிலை மாறிகளால் (z) ஆக மாற்றி பரப்பளவைக் கண்டுபிடித்து எதிர்பார்க்கின்ற அலைவெண்ணைக் காண வேண்டும்.

உண்மைப் பிரிவு இடைவெளி	கீழ் எல்லை	அலை வெண்	$Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$	பரப்பு 0-Z	ஒவ்வொரு பிரிவி லுமுள்ள பரப்பு	எதிர் பார்க்கின்ற அலைவெண்
49.5-52.5	49.5	5	-2.63	0.4957	0.0483	4.8=5
52.5-55.5	52.5	20	-1.62	0.4474	0.2183	21.8=22
55.5-58.5	55.5	45	-0.61	0.2291	0.3845	38.58=39
58.5-61.5	58.5	20	0.40	0.1554	0.2647	26.57=27
61.5-64.5	61.5	10	1.41	0.4201	0.0721	7.5=7
	64.5		2.42	0.2022		

z மதிப்புக்குள்ள பரப்பளவை அடுத்தடுத்து கழிக்க ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்குமுள்ள பரப்பு கிடைக்கும் ஆனால் z அடையாளம் (+ அல்லது -) மாறுகின்ற போது மட்டும் கூட்ட வேண்டும். 0.61க்கும் 0.40க்கும் இடையே உள்ள பரப்பு மட்டும் கூட்டப்பட்டுள்ளதைக் கவனிக்கவும். ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்குமுள்ள பரப்பை மொத்த அலைவெண்ணால் (n=100) பெருக்க எதிர்பார்க்கின்ற அலைவெண் கிடைக்கும்.



அலகு - 2

கருதுகோள் சோதனை

மாதிரி மதிப்புகளின் அடிப்படையிலான மதிப்பீடு, மக்கள்தொகையில் உள்ளார்ந்த மாறுபாட்டின் காரணமாக மக்கள்தொகையில் உள்ள உண்மையான மதிப்புக்கு சமமாக இல்லை. வரையப்பட்ட மாதிரிகள் உண்மையான மதிப்புடன் ஒப்பிடும்போது வெவ்வேறு மதிப்பீடுகளைக் கொண்டிருக்கும். மாதிரி மதிப்பீட்டிற்கும் மக்கள்தொகை மதிப்பிற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு மாதிரி ஏற்ற இறக்கம் அல்லது உண்மையான வேறுபாட்டால் ஏற்பட்டதா என்பதை சரிபார்க்க வேண்டும். மாதிரி ஏற்ற இறக்கம் காரணமாக வித்தியாசம் ஏற்பட்டால், அந்த மாதிரி கேள்விக்கு உட்பட்ட மக்கள்தொகைக்கு சொந்தமானது என்று பாதுகாப்பாக கூற முடியும், மேலும் வித்தியாசம் உண்மையானதாக இருந்தால், மாதிரி கேள்விக்குரிய மக்கள்தொகைக்கு சொந்தமானது அல்ல என்று நம்புவதற்கு எல்லா காரணங்களும் உள்ளன.

கவனிக்கப்பட்ட வேறுபாட்டுடன் ஒப்பிடும்போது மாதிரி மதிப்பீடு மற்றும் நிலையான பிழையுடன் எடுக்கப்பட்ட உண்மை ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான வேறுபாட்டின் நிகழ்தகவு மிகச் சிறியது, பின்னர் மாதிரி மதிப்பீட்டிற்கும் மக்கள் தொகை மதிப்பிற்கும் இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது. அதாவது, மாதிரி மதிப்பீடு மற்றும் உண்மை (அல்லது மக்கள்தொகை) ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான வேறுபாட்டிற்கான நிகழ்தகவு, மாதிரி ஏற்ற இறக்கத்தால் அல்ல, மாறாக உண்மையான வேறுபாட்டின் காரணமாக உள்ளது. நிகழ்தகவு மிகப் பெரியதாக இருந்தால், மாதிரி மதிப்பீட்டிற்கும் உண்மையான மதிப்பிற்கும் இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை. வித்தியாசம் அப்படி மாதிரி ஏற்ற இறக்கத்தால் மட்டுமே பெறப்பட்டது.



புள்ளிவிவரக் கருதுகோள் என்பது ஒரு மக்கள்தொகையைப் பற்றிய சில அறிக்கைகள் அல்லது வலியுறுத்தல் ஆகும்

மாதிரியிலிருந்து கிடைக்கும் தகவலின் அடிப்படையில் சரிபார்க்கவும்

எளிய மற்றும் கூட்டு கருதுகோள்:

ஒரு கருதுகோள் நிகழ்தகவு பரவலின் அனைத்து அளவுருக்களையும் குறிப்பிடும் போது, அது எளிய கருதுகோள் எனப்படும். கருதுகோள் அனைத்து அளவுருக்களையும் குறிப்பிடுகிறது. அதாவது ஒரு சாதாரண விநியோகத்தின் u மற்றும் o .

எடுத்துக்காட்டு: சீரற்ற மாறி x என்பது சராசரி $u=0$ மற்றும் $SD=1$ என்பது ஒரு எளிய கருதுகோளுடன் பொதுவாக விநியோகிக்கப்படுகிறது. கருதுகோள் ஒரு சாதாரண விநியோகத்தின் அனைத்து அளவுருக்களையும் (u & o) குறிப்பிடுகிறது.

நிகழ்தகவு பரவலின் சில அளவுருக்கள் மட்டுமே கருதுகோள் குறிப்பிட்டால். இது கூட்டு கருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் u மட்டும் குறிப்பிடப்பட்டால் அல்லது o மட்டுமே குறிப்பிடப்பட்டால் அது ஒரு கூட்டு கருதுகோள் ஆகும்.

புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை:

புள்ளியியல் கருதுகோளின் சோதனை என்பது சோதனை மாதிரி மதிப்பு பெறப்பட்ட பிறகு இரண்டு செயல் முடிவு சிக்கலாகும். பரிசீலனையில் உள்ள கருதுகோளை ஏற்கும் நிராகரிப்பு இரண்டு செயல்கள்.

பூஜ்ய கருதுகோள்: கருதுகோளில், முடிவெடுப்பவரைச் சோதிப்பது, கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது அல்லது நிராகரிப்பதால் ஏற்படும் லாபம் அல்லது இழப்புக்கான வாய்ப்புகளால் தூண்டப்படக்கூடாது.



மாற்று கருதுகோள்: புள்ளியியல் சோதனையின் அடிப்படையில் கருதுகோளை நிராகரிப்பது விரும்பத்தக்கது, வேறுவிதமாகக் கூறினால், பூஜ்ய கருதுகோளுக்கு நேர்மாறான பொது அறிக்கை மாற்று கருதுகோள் என அழைக்கப்படுகிறது.

நிகழ்தகவு மற்றும் புள்ளிவிவரங்களில், பூஜ்ய கருதுகோள் என்பது பூஜ்ஜியமாக நடக்கிறது அல்லது எதுவும் நடக்கவில்லை என்ற விரிவான அறிக்கை அல்லது இயல்புநிலை நிலை. எடுத்துக்காட்டாக, குழுக்களிடையே எந்த தொடர்பும் இல்லை அல்லது இரண்டு அளவிடப்பட்ட நிகழ்வுகளுக்கு இடையே எந்த தொடர்பும் இல்லை. கருதுகோளை மறுப்பதற்கு வேறு எந்த ஆதாரமும் வெளிச்சத்திற்கு வரும் வரை கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும் என்று பொதுவாக இங்கு கருதப்படுகிறது.

பூஜ்ய கருதுகோள் வரையறை

பூஜ்ய கருதுகோள் என்பது ஒரு வகையான கருதுகோள் ஆகும், இது மக்கள் தொகை அளவுருவை விளக்குகிறது, அதன் நோக்கம் கொடுக்கப்பட்ட சோதனை தரவுகளின் செல்லுபடியை சோதிக்கிறது. கொடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை அல்லது மாதிரியின் நம்பகத்தன்மையின் அடிப்படையில் இந்த கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படுகிறது அல்லது நிராகரிக்கப்படவில்லை. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், பூஜ்ய கருதுகோள் என்பது ஒரு கருதுகோள் ஆகும், இதில் மாதிரி அவதானிப்புகள் வாய்ப்பின் விளைவாகும். சர்வேயர்கள் தரவை ஆய்வு செய்ய விரும்பும் அறிக்கை இது என்று கூறப்படுகிறது. இது H_0 ஆல் குறிக்கப்படுகிறது.

பூஜ்ய கருதுகோள் சின்னம்

புள்ளிவிபரங்களில், பூஜ்ய கருதுகோள் பொதுவாக எச் சப்ஸ்கிரிப்ட் '0' (பூஜ்ஜியம்) உடன் H_0 என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இது H-null அல்லது H-zero அல்லது H-nought என உச்சரிக்கப்படுகிறது. அதே நேரத்தில், மாற்று கருதுகோள் சீரற்ற காரணத்தால் தீர்மானிக்கப்படும் அவதானிப்புகளை வெளிப்படுத்துகிறது. இது H_1 அல்லது H_a ஆல் குறிக்கப்படுகிறது.



பூஜ்ய கருதுகோள் கோட்பாடு

பூஜ்ய கருதுகோள் சோதனைக்கு பின்பற்றப்படும் கொள்கையானது, தரவைச் சேகரித்தல் மற்றும் சில சீரற்ற மாதிரியின் ஆய்வின் போது கொடுக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுப்பின் வாய்ப்புகளைத் தீர்மானித்தல், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மை என்று கருதி, கொடுக்கப்பட்ட தரவு எதிர்பார்த்த பூஜ்ய கருதுகோளை எதிர்கொள்ளவில்லை என்றால், விளைவு மிகவும் பலவீனமாக இருக்கும், மேலும் போதுமான ஆதாரங்கள் இல்லாததால் கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்பு பூஜ்ய கருதுகோளுக்கு எதிராக வலுவான ஆதாரத்தை வழங்கவில்லை என்று கூறி முடிக்கிறார்கள். இறுதியாக, ஆராய்ச்சியாளர்கள் அதை நிராகரிக்க முனைகிறார்கள்.

பூஜ்ய கருதுகோள் சூத்திரம்

இங்கே, கருதுகோள் சோதனை சூத்திரங்கள் குறிப்புக்காக கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

பூஜ்ய கருதுகோள் சூத்திரம்:

$$H_0: p = p_0$$

மாற்று கருதுகோள் சூத்திரம்:

$$H_a = p > p_0, < p_0 \neq p_0$$

நினைவில் கொள்ளுங்கள், p_0 என்பது பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் \hat{p} என்பது மாதிரி விகிதமாகும்.

பூஜ்ய கருதுகோள் வகைகள்

பல்வேறு வகையான கருதுகோள்கள் உள்ளன. அவை:

எளிய கருதுகோள்



இது மக்கள்தொகைப் பரவலை முழுமையாகக் குறிப்பிடுகிறது. இந்த முறையில், மாதிரி விநியோகம் என்பது மாதிரி அளவின் செயல்பாடாகும்.

கூட்டு கருதுகோள்

கூட்டுக் கருதுகோள் என்பது மக்கள்தொகைப் பரவலை முழுமையாகக் குறிப்பிடாத ஒன்றாகும்.

சரியான கருதுகோள்

சரியான கருதுகோள் அளவுருவின் சரியான மதிப்பை வரையறுக்கிறது. உதாரணமாக $\mu = 50$

தவறான கருதுகோள்

இந்த வகை கருதுகோள் அளவுருவின் சரியான மதிப்பை வரையறுக்கவில்லை. ஆனால் அது ஒரு குறிப்பிட்ட வரம்பு அல்லது இடைவெளியைக் குறிக்கிறது. உதாரணமாக $45 < \mu < 60$

புஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிப்பு

சில நேரங்களில் புஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படுகிறது. இந்த கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டால், அந்த ஆராய்ச்சி செல்லுபடியாகாது. பல ஆராய்ச்சியாளர்கள் இந்தக் கருதுகோளைப் புறக்கணிப்பார்கள், ஏனெனில் இது மாற்றுக் கருதுகோளுக்கு எதிரானது. ஒரு கருதுகோளை உருவாக்கி அதைச் சோதிப்பது ஒரு சிறந்த நடைமுறை. ஆராய்ச்சியாளர்களின் குறிக்கோள் கருதுகோளை நிராகரிப்பதல்ல. ஆனால் புஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் தோல்வியுடன் ஒரு சரியான புள்ளிவிவர மாதிரி எப்போதும் தொடர்புடையது என்பது தெளிவாகிறது.

புஜ்ய கருதுகோளை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது?

புஜ்ய கருதுகோள் அளவிடப்பட்ட நிகழ்வுக்கும் (சார்பு மாறி) மற்றும் சுயாதீன மாறிக்கும் இடையே எந்த தொடர்பும் இல்லை என்று கூறுகிறது. புஜ்ய கருதுகோள் அதை சோதிக்க உண்மை என்று நாம் நம்ப



வேண்டியதில்லை. இதற்கு நேர்மாறாக, மாறிகளின் தொகுப்பிற்கு இடையே ஒரு தொடர்பு இருப்பதாக நீங்கள் கருதலாம் (சார்ந்த மற்றும் சுயாதீனமானவை).

பூஜ்ய கருதுகோள் எப்போது நிராகரிக்கப்படுகிறது:

பூஜ்ய கருதுகோள் பி-மதிப்பு அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்தி நிராகரிக்கப்படுகிறது. P-மதிப்பு α ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருந்தால், மாற்று கருதுகோளுக்கு ஆதரவாக பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட வேண்டும். P-மதிப்பு α ஐ விட அதிகமாக இருந்தால், பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படாது.

பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள்

இப்போது, பூஜ்ய கருதுகோளுக்கு மாற்று கருதுகோளுக்கும் உள்ள வேறுபாடு

S.No	பூஜ்ய கருதுகோள்	மாற்று கருதுகோள்
1.	பூஜ்ய கருதுகோள் ஒரு அறிக்கை. இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே எந்த தொடர்பும் இல்லை	மாற்று கருதுகோள் ஒரு அறிக்கை, இரண்டு அளவிடப்பட்ட நிகழ்வுகளுக்கு இடையே சில தொடர்பு உள்ளது
2.	H_0 ஆல் குறிக்கப்படுகிறது	H_1 ஆல் குறிக்கப்படுகிறது
3.	இந்த கருதுகோளின் அவதானிப்புகள் வாய்ப்பின் விளைவாகும்	இந்த கருதுகோளின் அவதானிப்புகள் உண்மையான விளைவின் விளைவாகும்
4.	பூஜ்ய கருதுகோளின் கணித உருவாக்கம் சமமான அறிகுறியாகும்	கணித உருவாக்கம் மாற்று கருதுகோள் என்பது ஒரு சமத்துவமின்மை குறியீடாகும், அதாவது பெரியது, குறைவானது போன்றவை.



புஜ்ய கருதுகோள் எடுத்துக்காட்டுகள்

இங்கே, புஜ்ய கருதுகோளின் சில எடுத்துக்காட்டுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. புஜ்ய கருதுகோளின் கருத்தை சிறந்த முறையில் புரிந்து கொள்ள கீழே உள்ளவற்றைச் செல்லவும்.

ஒரு மருந்து கார்டியாக் ஸ்ட்ரோக் ஆபத்தை குறைக்கிறது என்றால், புஜ்ய கருதுகோள் "மருந்து கார்டியாக் ஸ்ட்ரோக்கின் வாய்ப்பைக் குறைக்காது" என்று இருக்க வேண்டும். ஒரு குறிப்பிட்ட குழுவினருக்கு கட்டுப்படுத்தப்பட்ட முறையில் மருந்துகளை வழங்குவதன் மூலம் இந்தப் பரிசோதனையைச் செய்ய முடியும். மக்களிடையே கணிசமான மாற்றம் இருப்பதாக கணக்கெடுப்பு காட்டினால், கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படுகிறது.

புள்ளிவிவரங்களில் கருதுகோள் சோதனை :

கருதுகோள் சோதனை என்பது ஒரு வகை புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு ஆகும் , இதில் மக்கள் தொகை அளவுரு பற்றிய உங்கள் அனுமானங்களை நீங்கள் சோதனைக்கு உட்படுத்துகிறீர்கள். 2 புள்ளியியல் மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவை மதிப்பிட இது பயன்படுகிறது.

நிஜ வாழ்க்கையிலிருந்து புள்ளியியல் கருதுகோள்களின் சில உதாரணங்களைப் பற்றி விவாதிப்போம் -

- ஒரு ஆசிரியர் தனது கல்லூரியின் மாணவர்களில் 60% கீழ்-நடுத்தர குடும்பங்களைச் சேர்ந்தவர்கள் என்று கருதுகிறார்.
- நீரிழிவு நோயாளிகளுக்கு 3D (உணவு, டோஸ் மற்றும் ஒழுக்கம்) 90% பயனுள்ளதாக இருக்கும் என்று ஒரு மருத்துவர் நம்புகிறார்.

இப்போது நீங்கள் கருதுகோள் சோதனை பற்றி அறிந்திருக்கிறீர்கள், புள்ளிவிவரங்களில் இரண்டு வகையான கருதுகோள் சோதனைகளைப் பாருங்கள்.



கருதுகோள் சோதனை சூத்திரம்

$$Z = (\bar{x} - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n})$$

- இங்கே, \bar{x} என்பது மாதிரி சராசரி,
- μ_0 என்பது மக்கள்தொகை சராசரி,
- σ என்பது நிலையான விலகல்,
- n என்பது மாதிரி அளவு.

கருதுகோள் சோதனை :

ஒரு ஆய்வாளர் பூஜ்ய கருதுகோளின் நம்பகத்தன்மைக்கான ஆதாரங்களை முன்வைக்க ஒரு புள்ளிவிவர மாதிரியில் கருதுகோள் சோதனை செய்கிறார். ஒரு கோட்பாட்டைச் சோதிக்க மக்கள்தொகையின் சீரற்ற மாதிரியில் அளவீடுகள் மற்றும் பகுப்பாய்வுகள் நடத்தப்படுகின்றன. ஆய்வாளர்கள் இரண்டு கருதுகோள்களைச் சோதிக்க சீரற்ற மக்கள்தொகை மாதிரியைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.

பூஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோள்கள்.

பூஜ்ய கருதுகோள் பொதுவாக மக்கள்தொகை அளவுருக்களுக்கு இடையிலான சமத்துவக் கருதுகோள்; எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பூஜ்ய கருதுகோள் மக்கள் தொகை என்பது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்று கூறலாம். மாற்று கருதுகோள் அடிப்படையில் பூஜ்ய கருதுகோளின் தலைகீழ் ஆகும் (எ.கா., மக்கள் தொகை என்பது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இல்லை). இதன் விளைவாக, அவை ஒன்றுக்கொன்று பிரத்தியேகமானவை, மேலும் ஒன்று மட்டுமே சரியாக இருக்க முடியும். இருப்பினும், இரண்டு சாத்தியக்கூறுகளில் ஒன்று எப்போதும் சரியாக இருக்கும்.

பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள்



புஜ்ய கருதுகோள் என்பது நிகழ்வு நிகழாது என்ற அனுமானமாகும். ஒரு புஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும் வரை ஆய்வின் முடிவில் எந்த தாக்கத்தையும் ஏற்படுத்தாது.

H0 என்பது அதற்கான குறியீடு, மேலும் இது H-0 என உச்சரிக்கப்படுகிறது.

மாற்று கருதுகோள் என்பது புஜ்ய கருதுகோளின் தர்க்கரீதியான எதிர் கருத்து ஆகும். மாற்று கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வது புஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதைப் பின்பற்றுகிறது. H1 என்பது அதற்கான குறியீடு.

இதை ஒரு உதாரணத்தின் மூலம் புரிந்து கொள்வோம்.

ஒரு சானிடைசர் உற்பத்தியாளர், அதன் தயாரிப்பு சராசரியாக 95 சதவீத கிருமிகளைக் கொல்லும் என்று கூறுகிறார்.

இந்த நிறுவனத்தின் கோரிக்கையை சோதனைக்கு உட்படுத்த, புஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோளை உருவாக்கவும்.

H0 (புஜ்ய கருதுகோள்): சராசரி = 95%.

மாற்று கருதுகோள் (H1): சராசரி 95% க்கும் குறைவாக உள்ளது.

இந்த கருத்தை புரிந்து கொள்ள மற்றொரு நேரடியான உதாரணம் ஒரு நாணயம் நியாயமானதா மற்றும் சமநிலையானதா என்பதை தீர்மானிப்பதாகும். புஜ்ய கருதுகோள் தலைகளின் காட்சியின் நிகழ்தகவு, வால்களின் காட்சியின் சாத்தியக்கூறுக்கு சமம் என்று கூறுகிறது. இதற்கு நேர்மாறாக, தலைகள் மற்றும் வால்களின் காட்சியின் நிகழ்தகவு மிகவும் வித்தியாசமாக இருக்கும் என்று மாற்றுக் கோட்பாடு கூறுகிறது.\

எடுத்துக்காட்டுகளுடன் கருதுகோள் சோதனை கணக்கீடு



அமெரிக்காவில் பெண்களின் சராசரி உயரத்திற்கான ஒரு கருதுகோள் சோதனையை பரிசீலிப்போம். எங்கள் பூஜ்ய கருதுகோள் சராசரி உயரம் 5'4" என்று வைத்துக்கொள்வோம். நாங்கள் 100 பெண்களின் மாதிரியை சேகரித்து அவர்களின் சராசரி உயரம் 5'5" என்று தீர்மானிக்கிறோம். மக்கள்தொகையின் நிலையான விலகல் 2 ஆகும்.

Z-ஸ்கோரைக் கணக்கிட, பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துவோம்:

$$z = (\bar{x} - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n})$$

$$z = (5'5" - 5'4") / (2" / \sqrt{100})$$

$$z = 0.5 / (0.045)$$

$$z = 11.11$$

11.11 இன் z-ஸ்கோர் மிகப் பெரியதாக இருப்பதால் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்போம், மேலும் அமெரிக்காவில் பெண்களின் சராசரி உயரம் 5'4"க்கும் அதிகமாக இருப்பதாகக் கூறுவதற்கு ஆதாரம் இருப்பதாக முடிவு செய்வோம்.

கருதுகோள் சோதனையின் படிகள்

படி 1: உங்கள் பூஜ்ய மற்றும் மாற்று கருதுகோள்களைக் குறிப்பிடவும்

உங்கள் அசல் ஆராய்ச்சி கருதுகோளை (நீங்கள் படிக்க விரும்பும் கணிப்பு) பூஜ்ய (H_0) மற்றும் மாற்று (H_a) கருதுகோளாக மறுபிரதி செய்வது மிகவும் முக்கியமானது, இதன் மூலம் நீங்கள் அதை அளவுரீதியாக சோதிக்க முடியும். உங்கள் முதல் கருதுகோள், இது மாறிகளுக்கு இடையிலான தொடர்பைக் கணிக்கும், பொதுவாக உங்கள் மாற்று கருதுகோள். பூஜ்ய கருதுகோள் வட்டி மாறிகள் இடையே எந்த தொடர்பையும் கணிக்கவில்லை.



படி 2: தரவு சேகரிக்கவும்

ஒரு புள்ளியியல் சோதனை முறையானதாக இருக்க, உங்கள் கருதுகோளைச் சோதிக்கும் வகையில் மாதிரி மற்றும் தரவு சேகரிப்பு செய்யப்பட வேண்டும். உங்கள் தரவு பிரதிநிதித்துவம் இல்லை என்றால், நீங்கள் ஆர்வமுள்ள மக்கள் தொகை பற்றிய புள்ளிவிவர முடிவுகளை எடுக்க முடியாது.

படி 3: புள்ளியியல் சோதனை நடத்தவும்

மற்ற புள்ளியியல் சோதனைகள் கிடைக்கின்றன, ஆனால் அவை அனைத்தும் குழு மாறுபாட்டிற்குள் (ஒரு வகைக்குள் தரவை எவ்வாறு பரப்புவது) இடையே குழு மாறுபாட்டிற்கு எதிராக (வகைகள் ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்டவை) ஒப்பிடுகின்றன. குழுக்களுக்கு இடையே உள்ள மாறுபாடு, குழுக்களுக்கு இடையே சிறிய அல்லது ஒன்றுடன் ஒன்று இல்லாத அளவுக்கு பெரியதாக இருந்தால், உங்கள் புள்ளியியல் சோதனை இதைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த குறைந்த p - மதிப்பைக் காண்பிக்கும். இந்தக் குழுக்களுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடுகள் தற்செயலாக ஏற்பட்டிருக்க வாய்ப்பில்லை என்று இது அறிவுறுத்துகிறது. மாற்றாக, குழுவிற்குள் பெரிய மாறுபாடு மற்றும் குழுவிற்கு இடையே குறைவான மாறுபாடு இருந்தால், உங்கள் புள்ளியியல் சோதனை அதிக p - மதிப்பைக் காண்பிக்கும். குழுக்களில் நீங்கள் காணும் எந்த வித்தியாசமும் வாய்ப்புக்குக் காரணமாக இருக்கலாம். பல்வேறு மாறிகள் மற்றும் நீங்கள் பெற்ற தரவின் அளவீட்டு நிலை ஆகியவை உங்கள் புள்ளிவிவர சோதனை தேர்வில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும்.

படி 4: உங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதைத் தீர்மானிக்கவும்



உங்கள் புள்ளியியல் சோதனை முடிவுகள் உங்கள் பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட வேண்டுமா இல்லையா என்பதை தீர்மானிக்க வேண்டும். பெரும்பாலான சூழ்நிலைகளில், புள்ளியியல் சோதனை வழங்கிய p-மதிப்பின் அடிப்படையில் நீங்கள் உங்கள் தீர்ப்பை வழங்குவீர்கள். பெரும்பாலான சூழ்நிலைகளில், பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான உங்கள் முன்னமைக்கப்பட்ட முக்கியத்துவ நிலை 0.05 ஆக இருக்கும் - அதாவது, பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தால் இந்தத் தரவுகள் 5% க்கும் குறைவான சாத்தியக்கூறுகள் இருக்கும் போது. மற்ற சூழ்நிலைகளில், ஆராய்ச்சியாளர்கள் 0.01 (1%) போன்ற குறைந்த அளவிலான முக்கியத்துவத்தைப் பயன்படுத்துகின்றனர். இது பூஜ்ய கருதுகோளை தவறாக நிராகரிப்பதற்கான வாய்ப்பைக் குறைக்கிறது.

படி 5: உங்கள் முடிவுகளை வழங்கவும்

கருதுகோள் சோதனையின் கண்டுபிடிப்புகள் உங்கள் ஆய்வுக் கட்டுரை, ஆய்வுக் கட்டுரை அல்லது ஆய்வறிக்கையின் முடிவுகள் மற்றும் விவாதப் பகுதிகளில் விவாதிக்கப்படும். தரவுகளின் சுருக்கமான கண்ணோட்டம் மற்றும் உங்கள் புள்ளியியல் சோதனையின் கண்டுபிடிப்புகளின் சுருக்கத்தை முடிவுகள் பிரிவில் சேர்க்க வேண்டும். உங்கள் முடிவுகள் உங்கள் ஆரம்ப கருதுகோளை உறுதிப்படுத்தினதா இல்லையா என்பதைப் பற்றி உரையாடலில் நீங்கள் பேசலாம். பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பது அல்லது நிராகரிக்கத் தவறுவது என்பது கருதுகோள் சோதனையில் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு முறையான சொல். உங்கள் புள்ளியியல் பணிகளுக்கு இது அவசியமாக இருக்கலாம்.

கருதுகோள் சோதனையின் வகைகள்

Z சோதனை



ஒரு கண்டுபிடிப்பு அல்லது உறவு புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததா என்பதைத் தீர்மானிக்க, கருதுகோள் சோதனை z- சோதனையைப் பயன்படுத்துகிறது. இது பொதுவாக இரண்டு வழிமுறைகள் ஒன்றா என்று பார்க்கிறது (பூஜ்ய கருதுகோள்). மக்கள்தொகை நிலையான விலகல் அறியப்பட்டு, மாதிரி அளவு 30 தரவுப் புள்ளிகள் அல்லது அதற்கும் அதிகமாக இருந்தால் மட்டுமே, z-சோதனையைப் பயன்படுத்த முடியும்.

டி டெஸ்ட்

இரண்டு குழுக்களின் வழிமுறைகளை ஒப்பிடுவதற்கு t-test எனப்படும் புள்ளியியல் சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது. இரண்டு குழுக்கள் வேறுபடுகின்றனவா அல்லது ஒரு செயல்முறை அல்லது சிகிச்சையானது ஆர்வமுள்ள மக்களை பாதிக்கிறதா என்பதைத் தீர்மானிக்க, இது கருதுகோள் சோதனையில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகிறது.

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$DF = n_1 + n_2 - 2$$

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

சி-சதுரம்

உங்கள் தரவு முன்னறிவிக்கப்பட்டதா என்பதைப் பற்றிய கருதுகோள் சோதனைக்காக நீங்கள் சி-சதுர சோதனையைப் பயன்படுத்துகிறீர்கள். எதிர்பார்க்கப்பட்ட மற்றும் கவனிக்கப்பட்ட முடிவுகள் நன்கு பொருத்தப்பட்டதா என்பதைத் தீர்மானிக்க, சி-சதுர



சோதனையானது ஒரு சீரற்ற மாதிரியிலிருந்து வகைப்படுத்தப்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகளை பகுப்பாய்வு செய்கிறது. சோதனையின் அடிப்படைக் கருதுகோள் என்னவென்றால், உங்கள் தரவில் காணப்பட்ட மதிப்புகள் பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருந்தால் இருக்கும் கணிக்கப்பட்ட மதிப்புகளுடன் ஒப்பிடப்பட வேண்டும்.

கருதுகோள் சோதனை மற்றும் நம்பிக்கை இடைவெளிகள்

நம்பிக்கை இடைவெளிகள் மற்றும் கருதுகோள் சோதனைகள் இரண்டும் மாதிரி விநியோகத்தை தோராயமாகச் சார்ந்து இருக்கும் அனுமான நுட்பங்கள். நம்பக இடைவெளிகளைப் பயன்படுத்தி மக்கள் தொகை அளவுருவை மதிப்பிடுவதற்கு மாதிரியிலிருந்து தரவு பயன்படுத்தப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட கருதுகோளை ஆய்வு செய்ய ஒரு மாதிரியிலிருந்து தரவு கருதுகோள் சோதனையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. கருதுகோள் சோதனையை நடத்துவதற்கு ஒரு முன்மொழியப்பட்ட அளவுருவை வைத்திருக்க வேண்டும்.

பூட்ஸ்ட்ராப் விநியோகங்கள் மற்றும் ரேண்டமைசேஷன் விநியோகங்கள் ஒப்பிடக்கூடிய உருவகப்படுத்துதல் நுட்பங்களைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்படுகின்றன. கவனிக்கப்பட்ட மாதிரி புள்ளிவிவரம் பூட்ஸ்ட்ராப் விநியோகத்தின் மையப் புள்ளியாகும், அதேசமயம் பூஜ்ய கருதுகோள் மதிப்பு ஒரு சீரற்றமயமாக்கல் விநியோகத்தின் மையப் புள்ளியாகும்.

நம்பகத்தன்மை வரம்புகளில் பல்வேறு சாத்தியமான மக்கள் தொகை அளவுரு மதிப்பீடுகள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன. இந்தப் பாடத்தில், இரண்டு வால் நம்பக இடைவெளிகளை உருவாக்கினோம். இந்த இரண்டு-வால் நம்பிக்கை இடைவெளிகளுக்கும் இந்த இரண்டு-வால் கருதுகோள் சோதனைகளுக்கும் இடையே நேரடி தொடர்பு உள்ளது. இரண்டு வால் கொண்ட கருதுகோள் சோதனை மற்றும் இரு வால் நம்பிக்கை இடைவெளிகளின் முடிவுகள் பொதுவாக ஒரே முடிவுகளை



வழங்குகின்றன. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், 95% நம்பிக்கை இடைவெளியில் கணிக்கப்பட்ட மதிப்பைக் கொண்டிருந்தால், 0.05 மட்டத்தில் ஒரு கருதுகோள் சோதனையானது பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கத் தவறிவிடும். 0.05 அளவில் ஒரு கருதுகோள் சோதனையானது, 95% நம்பிக்கை இடைவெளியில் கருதுகோள் அளவுருவைக் கொண்டிருக்கவில்லை என்றால், நிச்சயமாக பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கும்.

எளிய மற்றும் கூட்டு கருதுகோள் சோதனை

மக்கள்தொகைப் பரவலைப் பொறுத்து, நீங்கள் புள்ளியியல் கருதுகோளை இரண்டு வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.

எளிய கருதுகோள்: ஒரு எளிய கருதுகோள் அளவுருக்கான சரியான மதிப்பைக் குறிப்பிடுகிறது.

கூட்டு கருதுகோள்: ஒரு கூட்டு கருதுகோள் மதிப்புகளின் வரம்பைக் குறிப்பிடுகிறது.

உதாரணமாக:

இந்த காலாண்டின் சராசரி விற்பனை 1000 யூனிட்கள் என்று ஒரு நிறுவனம் கூறுகிறது. இது ஒரு எளிய கருதுகோளுக்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு.

900 முதல் 1000 யூனிட்கள் வரை விற்பனை என்று நிறுவனம் கூறுகிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம். பின்னர் இது ஒரு கூட்டு கருதுகோளின் வழக்கு.

ஒரு வால் மற்றும் இரு வால் கருதுகோள் சோதனை



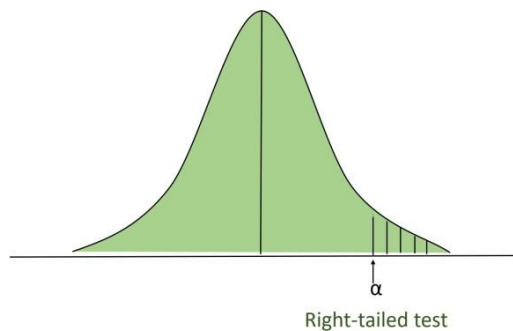
ஒரு வால் சோதனை, ஒரு திசை சோதனை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, இது ஒரு முக்கியமான தரவைக் கருதுகிறது, இது சோதனை மாதிரி அதில் விழுந்தால் பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும், தவிர்க்க முடியாமல் மாற்று கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்வதைக் குறிக்கிறது.

ஒரு வால் சோதனையில், முக்கியமான விநியோகப் பகுதி ஒரு பக்கமானது, அதாவது சோதனை மாதிரியானது குறிப்பிட்ட மதிப்பை விட அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்கும்.

இரண்டு வால்களில், சோதனை மாதிரியானது இரண்டு வால் சோதனையில் மதிப்புகளின் வரம்பைக் காட்டிலும் அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ சரிபார்க்கப்படுகிறது, இது முக்கியமான விநியோகப் பகுதி இருபக்கமாக இருப்பதைக் குறிக்கிறது.

மாதிரி இந்த வரம்பிற்குள் வந்தால், மாற்று கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படும், மேலும் பூஜ்ய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும்.

வலது வால் கருதுகோள் சோதனை



உங்கள் கருதுகோள் அறிக்கையில் (>) விட பெரிய அடையாளம் தோன்றினால், நீங்கள் வலது வால் சோதனையைப் பயன்படுத்துகிறீர்கள்,



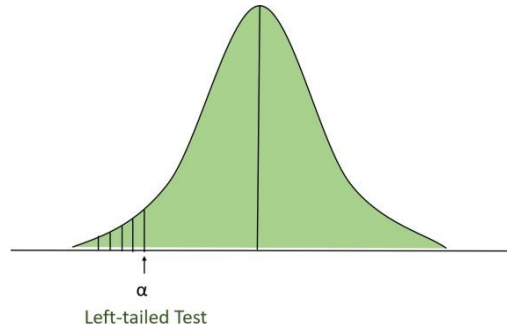
இது மேல் சோதனை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. அல்லது, வேறுவிதமாகக் கூறினால், ஏற்றத்தாழ்வு வலதுபுறம் உள்ளது. உதாரணமாக, உற்பத்தியில் ஏற்படும் மாற்றத்திற்கு முன்னும் பின்னும் பேட்டரி ஆயுளை நீங்கள் வேறுபடுத்திப் பார்க்கலாம். பேட்டரி ஆயுட்காலம் அசலை விட அதிகமாக உள்ளதா என்பதை நீங்கள் அறிய விரும்பினால், உங்கள் கருதுகோள் அறிக்கைகள் பின்வருமாறு இருக்கலாம் (90 மணிநேரம் என்று வைத்துக்கொள்வோம்):

- பூஜ்ய கருதுகோள் ($H_0 \leq 90$) அல்லது குறைவான மாற்றம்.
- பேட்டரி ஆயுள் ($H_1 > 90$) ஆக உயர்ந்துள்ளது.

இந்த சூழ்நிலையில் உள்ள முக்கியமான விஷயம் என்னவென்றால், மாற்று கருதுகோள் (H_1), பூஜ்ய கருதுகோள் அல்ல, நீங்கள் வலது வால் சோதனை பெறுகிறீர்களா என்பதை தீர்மானிக்கிறது.

இடது வால் கருதுகோள் சோதனை

ஒரு அளவுருவின் உண்மையான மதிப்பை உறுதிப்படுத்தும் மாற்று கருதுகோள்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை விட குறைவாக உள்ளது இடது வால் சோதனை மூலம் சோதிக்கப்படுகிறது; அவை "<" என்ற நட்சத்திரத்தால் குறிக்கப்படுகின்றன.



உதாரணமாக:



H_0 : சராசரி = 50 மற்றும் H_1 : என்பது 50க்கு சமமாக இல்லை என்று வைத்துக்கொள்வோம்

H_1 இன் படி, சராசரியானது 50 ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்கலாம். இது இரு முனை சோதனைக்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு.

இதே முறையில், H_0 : அர்த்தம் ≥ 50 எனில், H_1 : என்றால் < 50

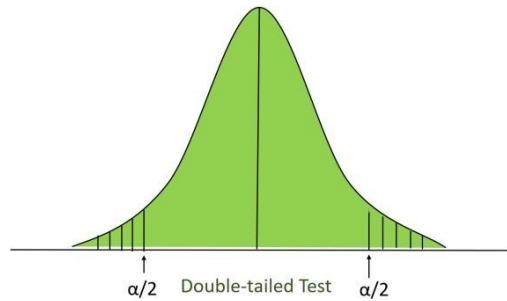
இங்கே சராசரி 50 க்கும் குறைவாக உள்ளது. இது ஒரு வால் சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

வகை 1 மற்றும் வகை 2 பிழை

ஒரு கருதுகோள் சோதனை இரண்டு வகையான பிழைகளை ஏற்படுத்தும்.

வகை 1 பிழை: மாதிரி முடிவுகள் உண்மையாக இருந்தாலும் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கும்போது வகை-I பிழை ஏற்படுகிறது.

வகை 2 பிழை: வகை-I பிழையைப் போலன்றி, பூஜ்ய கருதுகோள் பொய்யாக இருக்கும்போது நிராகரிக்கப்படாதபோது வகை-II பிழை ஏற்படுகிறது.





உதாரணமாக:

ஒரு மாணவர் தேர்ச்சி பெறுகிறாரா அல்லது தோல்வியடைகிறாரா என்பதை தீர்மானிக்க ஒரு ஆசிரியர் தேர்வுத் தாளை மதிப்பீடு செய்கிறார் என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

H0: மாணவர் தேர்ச்சி பெற்றுள்ளார்

H1: மாணவர் தோல்வியடைந்தார்

Type I பிழையானது ஆசிரியரால் தோல்வியடையும் [H0 ஐ நிராகரிக்கிறது] இருப்பினும் மாணவர் தேர்ச்சி மதிப்பெண்களைப் பெற்றுள்ளார் [H0 உண்மை].

வகை II பிழையானது, ஆசிரியர் மாணவனைத் தேற்றும்போது [H0 ஐ நிராகரிக்க வேண்டாம்] இருப்பினும் மாணவர் தேர்ச்சி மதிப்பெண்களைப் பெறவில்லை [H1 உண்மை].

முக்கியத்துவத்தின் நிலை

ஆல்பா மதிப்பு என்பது ஒரு சோதனை புள்ளிவிவரம் புள்ளிவிவர ரீதியாக முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததா என்பதை தீர்மானிப்பதற்கான ஒரு அளவுகோலாகும். புள்ளிவிவரச் சோதனையில், ஆல்பா வகை I பிழையின் ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய நிகழ்தகவைக் குறிக்கிறது. ஆல்பா ஒரு நிகழ்தகவு என்பதால், அது 0 மற்றும் 1 இடையே எங்கும் இருக்கலாம். நடைமுறையில், பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் ஆல்பா மதிப்புகள் 0.01, 0.05 மற்றும் 0.1 ஆகும், இது வகை I பிழையின் 1%, 5% மற்றும் 10% வாய்ப்பைக் குறிக்கிறது. , முறையே (அதாவது பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பது உண்மையில் சரியானது).

பி-மதிப்பு



ஒரு p-மதிப்பு என்பது ஒரு மெட்ரிக் ஆகும், இது ஒரு கவனிக்கப்பட்ட வேறுபாடு தற்செயலாக ஏற்பட்டிருக்கக்கூடிய சாத்தியக்கூறுகளை வெளிப்படுத்துகிறது. p-மதிப்பு குறையும்போது கவனிக்கப்பட்ட வேறுபாட்டின் புள்ளியியல் முக்கியத்துவம் அதிகரிக்கிறது. p-மதிப்பு மிகவும் குறைவாக இருந்தால், நீங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கிறீர்கள்.

புதிய விளம்பரப் பிரச்சாரம் தயாரிப்பின் விற்பனையை அதிகரித்ததா என்பதைச் சோதிக்க முயற்சிக்கும் ஒரு உதாரணத்தை இங்கே எடுத்துள்ளீர்கள். p-மதிப்பு என்பது புதிய விளம்பரப் பிரச்சாரத்தின் காரணமாக விற்பனையில் எந்த மாற்றமும் இல்லை என்று கூறும் பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்க வாய்ப்புள்ளது. p-மதிப்பு .30 ஆக இருந்தால், உற்பத்தியின் விற்பனையில் அதிகரிப்போ அல்லது குறைவதோ இல்லை என்பதற்கு 30% வாய்ப்பு உள்ளது. p-மதிப்பு 0.03 எனில், புதிய விளம்பரப் பிரச்சாரத்தின் காரணமாக விற்பனை மதிப்பில் எந்த அதிகரிப்பும் அல்லது குறைவும் இல்லை என்பதற்கு 3% நிகழ்தகவு உள்ளது. நீங்கள் பார்க்கிறபடி, p-மதிப்பு குறைவாக இருந்தால், மாற்று கருதுகோள் உண்மையாக இருப்பதற்கான வாய்ப்புகள் அதிகரிக்கிறது, அதாவது புதிய விளம்பரப் பிரச்சாரம் விற்பனையில் அதிகரிப்பு அல்லது குறைவை ஏற்படுத்துகிறது.

ஆராய்ச்சி முறைமையில் கருதுகோள் சோதனை ஏன் முக்கியமானது?

பல காரணங்களுக்காக ஆராய்ச்சி முறைகளில் கருதுகோள் சோதனை முக்கியமானது:

1. ஆதார அடிப்படையிலான முடிவுகளை வழங்குகிறது: இது ஆராய்ச்சியாளர்களை அனுபவ தரவுகளின் அடிப்படையில் புறநிலை முடிவுகளை எடுக்க அனுமதிக்கிறது, அவர்களின் ஆராய்ச்சி கருதுகோள்களை ஆதரிக்க அல்லது மறுக்க ஆதாரங்களை வழங்குகிறது.



2. முடிவெடுப்பதை ஆதரிக்கிறது: புதிய சிகிச்சையை ஏற்றுக்கொள்வது அல்லது நிராகரிப்பது, கொள்கை மாற்றங்களைச் செயல்படுத்துவது அல்லது புதிய நடைமுறைகளைப் பின்பற்றுவது போன்ற தகவலறிந்த முடிவுகளை எடுக்க இது உதவுகிறது.
3. கடுமை மற்றும் செல்லுபடியாகும் தன்மையை சேர்க்கிறது: இது தரவுகளை பகுப்பாய்வு செய்ய புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்தி ஆராய்ச்சிக்கு அறிவியல் கடுமை சேர்க்கிறது, முடிவுகள் உறுதியான புள்ளிவிவர ஆதாரங்களின் அடிப்படையில் இருப்பதை உறுதி செய்கிறது.
4. அறிவின் முன்னேற்றத்திற்கு பங்களிக்கிறது: கருதுகோள்களை சோதிப்பதன் மூலம், ஏற்கனவே உள்ள கோட்பாடுகளை உறுதிப்படுத்துவதன் மூலம் அல்லது புதிய வடிவங்கள் மற்றும் உறவுகளை கண்டுபிடிப்பதன் மூலம் ஆராய்ச்சியாளர்கள் அந்தந்த துறைகளில் அறிவின் வளர்ச்சிக்கு பங்களிக்கின்றனர்.

கருதுகோள் சோதனையின் வரம்புகள்

கருதுகோள் சோதனைக்கு சில வரம்புகள் உள்ளன, அவை ஆராய்ச்சியாளர்கள் அறிந்திருக்க வேண்டும்:

1. இது உண்மையை நிரூபிக்கவோ அல்லது நிறுவவோ முடியாது: கருதுகோள் சோதனை ஒரு கருதுகோளை ஆதரிக்க அல்லது நிராகரிக்க ஆதாரங்களை வழங்குகிறது, ஆனால் அது ஆராய்ச்சி கேள்வியின் முழுமையான உண்மையை உறுதிப்படுத்த முடியாது.
2. முடிவுகள் மாதிரி-குறிப்பிட்டவை: கருதுகோள் சோதனையானது மக்கள்தொகையில் இருந்து ஒரு மாதிரியை பகுப்பாய்வு செய்வதை அடிப்படையாகக் கொண்டது, மேலும் எடுக்கப்பட்ட முடிவுகள் குறிப்பிட்ட மாதிரிக்கு குறிப்பிட்டவை.
3. சாத்தியமான பிழைகள்: கருதுகோள் சோதனையின் போது, வகை I பிழை (உண்மையான பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரித்தல்) அல்லது வகை II பிழை (தவறான பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கத் தவறியது) செய்ய வாய்ப்பு உள்ளது.



-
4. அனுமானங்கள் மற்றும் தேவைகள்: வெவ்வேறு சோதனைகள் குறிப்பிட்ட அனுமானங்கள் மற்றும் தேவைகளைக் கொண்டுள்ளன, அவை முடிவுகளை துல்லியமாக விளக்குவதற்கு பூர்த்தி செய்யப்பட வேண்டும்



அலகு - 3

அளவுரு அல்லாத புள்ளியியல் சோதனைகளைப் பயன்படுத்தி பகுப்பாய்வு நடத்த ஒரு வழிகாட்டி

அறிமுகம்

1980களின் இறுதியில் ஹன்ஸ்ராஜ் கல்லூரியில் பொருளாதாரம் கௌரவப் பட்டதாரிகளின் சராசரி சம்பளத் தொகுப்பு சுமார் INR 1,000,000 pa ஆக இருந்தது. இந்த எண்ணிக்கை 80 களின் முற்பகுதியில் அல்லது 90 களின் முற்பகுதியில் பட்டம் பெற்றவர்களை விட கணிசமாக அதிகமாகும்.

இவ்வளவு உயர்ந்த சராசரிக்கு என்ன காரணம் இருக்க முடியும்? சரி, அதிக சம்பளம் வாங்கும் இந்தியப் பிரபலங்களில் ஒருவரான ஷாருக் கான், 1988 இல் ஹன்ஸ்ராஜ் கல்லூரியில் பட்டம் பெற்றார், அங்கு அவர் பொருளாதாரப் பட்டம் பெற்றார்.

இது மற்றும் இதுபோன்ற பல எடுத்துக்காட்டுகள் சராசரி தரவு மையத்தின் ஒரு நல்ல குறிகாட்டியாக இல்லை என்பதை நமக்குக் கூறுகின்றன. இது அவுட்லியர்களால் மிகவும் பாதிக்கப்படலாம். இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில், சராசரியைப் பார்ப்பது சிறந்த தேர்வாகும். இது தரவின் மையத்தின் சிறந்த குறிகாட்டியாகும், ஏனெனில் தரவுகளில் பாதி இடைநிலைக்கு கீழேயும் மற்ற பாதி அதற்கு மேலேயும் உள்ளது.

இதுவரை, மிகவும் நல்லது - மக்கள் இந்தக் கருத்தை முன்பே கூறுவதை நீங்கள் பார்த்திருப்பீர்கள் என்று நான் நம்புகிறேன். முடிவுகளை



எடுக்க புள்ளிவிவர சோதனைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மீடியனைப் பயன்படுத்தி பகுப்பாய்வு செய்ய, நாம் அளவுரு அல்லாத சோதனைகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும். அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் விநியோக சுயாதீன சோதனைகள், அதேசமயம் அளவுரு சோதனைகள் தரவு பொதுவாக விநியோகிக்கப்படும் என்று கருதுகிறது. அளவுரு அல்லாத சோதனைகளை விட அளவுரு சோதனைகள் மிகவும் பிரபலமற்றவை என்று சொல்வது தவறாகாது. ஆனால் முந்தையது சராசரியை கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளாது, பிந்தையது பகுப்பாய்வை நடத்துவதற்கு இடைநிலையைப் பயன்படுத்துகிறது.

அளவுரு அல்லாத சோதனை: வரையறை, முறைகள், பயன்பாடுகள்

புள்ளிவிவரங்களில் அளவுரு அல்லாத சோதனை என்பது புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வின் நடைமுறைகளின் தொகுப்பாகும், இது அனுமானங்களுக்கு எந்தத் தரவும் தேவையில்லை. இந்த காரணத்தால், அவை சில நேரங்களில் விநியோகம் இல்லாத சோதனைகளாக குறிப்பிடப்படுகின்றன. மேலும், அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் T-test அல்லது ANOVA போன்ற அளவுரு சோதனைகளுக்கு மற்றொரு விருப்பமாக செயல்படுகின்றன, அவை அடிப்படை தரவு சில அளவுகோல்கள் மற்றும் அனுமானங்களை பூர்த்தி செய்தால் மட்டுமே ஈடுபட முடியும். சில சமயங்களில், முக்கிய அனுமானங்களை பூர்த்தி செய்ய தரவு இல்லாவிட்டாலும், தரவின் மாதிரி அளவு போதுமானதாக இருந்தாலும், அளவுரு அல்லாத

அளவுரு அல்லாத சோதனை :

அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் என்பது புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனையில் பயன்படுத்தப்படும் கணித நடைமுறைகள் ஆகும். தரவு சமச்சீர்ந்ததாக இருக்கும்போது இந்த முறை கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது மற்றும் அடிப்படை மக்களுக்கான அனுமானங்கள் தேவையில்லை.



- பொதுவாக, கொடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகை நிச்சயமற்றதாக இருந்தால் அல்லது தரவு பொதுவாக விநியோகிக்கப்படாவிட்டால், இந்த விஷயத்தில், அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- வழக்கமாக, தரவு தொடர்ச்சியாக இல்லாத மற்றும் பெரிய மாதிரி அளவைக் கொண்டிருக்கும் போது, அளவுரு அல்லாத சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- இது நிகழ்தகவு விநியோகங்களின் குறிப்பிட்ட அளவுருக் குழுவிற்குக் குறிப்பிடப்படும் எந்தத் தரவையும் சார்ந்தது அல்ல.
- அளவுரு அல்லாத டி-சோதனை

எந்தவொரு சந்தர்ப்பத்திலும், கொடுக்கப்பட்ட மக்கள்தொகையில் செய்யப்பட்ட சில அனுமானங்கள் நிச்சயமற்றதாக இருக்கும்போது, நாங்கள் அளவுரு அல்லாத சோதனைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். தரவு ஒரு சாதாரண அளவீட்டில் இருக்கும்போது அல்லது சாதாரணமாக விநியோகிக்கப்படாமல் இருக்கும் போது, நாங்கள் பகுப்பாய்வுக்காக அளவுரு அல்லாத சோதனைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். பொதுவாக விநியோகிக்கப்படும் தரவுகளுக்கு ஒரு அளவுரு T-சோதனையையும், வளைந்த தரவுகளுக்கு அளவுரு அல்லாத சோதனையையும் பயன்படுத்துவதே அடிப்படைக் கருத்து.

- அளவுரு அல்லாத ஜோடி டி-டெஸ்ட்

இணைக்கப்பட்ட மாதிரி டி-டெஸ்ட் இரண்டு பொருள் மதிப்பெண்களைப் பெறப் பயன்படுகிறது, மேலும் இந்த மதிப்பெண்கள் ஒரே குழுவிலிருந்து வந்தவை. மாறிகள் சார்பு இல்லாத மற்றும் இரண்டு நிலைகளைக் கொண்டிருக்கும் போது ஜோடி மாதிரி டி-சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது, மேலும் அந்த நிலைகள் மீண்டும் மீண்டும் வரும் நடவடிக்கைகளாகும்.

அளவுரு மற்றும் அளவுரு அல்லாத சோதனைக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடு

அளவுரு மற்றும் அளவுரு அல்லாத சோதனைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகள் என்னவென்றால், அளவுரு சோதனையானது தரவின் அடிப்படை புள்ளிவிவர விநியோகங்களை எடுத்துக்கொள்கிறது, அதே



நேரத்தில் அளவுரு அல்லாத சோதனையானது தரவின் எந்த விநியோகத்தையும் நம்பவில்லை.

அளவுரு அல்லாத பல்வேறு வகையான சோதனைகள் உள்ளன:

- 1-மாதிரி அடையாள சோதனை

இந்தச் சோதனையானது மக்கள்தொகையின் சராசரியை மதிப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது, அதைத் தொடர்ந்து ஒரு குறிப்பு மதிப்பு அல்லது இலக்கு மதிப்புடன் ஒப்பிடப்படுகிறது.

- இடது வால் சோதனை- H_0 : இடைநிலை \geq அனுமான மதிப்பு x ; H_1 : இடைநிலை $< x$
- வலது வால் சோதனை- H_0 : இடைநிலை \leq அனுமான மதிப்பு x ; H_1 : சராசரி $> x$
- இரண்டு வால் சோதனை- H_0 : இடைநிலை = அனுமானப்படுத்தப்பட்ட மதிப்பு x ; H_1 : இடைநிலை $\neq x$

- 1-மாதிரி வில்காக்சன் கையொப்பமிட்ட தரவரிசை சோதனை

இந்தச் சோதனை 1-மாதிரி அடையாளச் சோதனையைப் போன்றது, ஆனால் தரவு சமமான விநியோகத்திலிருந்து வந்ததாகக் கருதப்படுகிறது.

- பூஜ்ய கருதுகோள், H_0 : சராசரி வேறுபாடு பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும்.
- சோதனை புள்ளிவிவரங்கள்: சோதனைப் புள்ளிவிவரங்கள் w , $+w$ அல்லது $-w$ இன் சிறியதாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது.
- இதில் $+w$ அல்லது $-w$ என்பது தனித்த மதிப்பெண்களின் நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறையான ரேங்க்களின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

- ஃப்ரீட்மேன் டெஸ்ட்

ஃப்ரீட்மேன் சோதனைகள் ஆர்டினல் மற்றும் இன்டிபென்டன்ட் மாறிகள் கொண்ட குழுக்களிடையே உள்ள வேறுபாட்டை ஆய்வு செய்கின்றன.

- க்ருஸ்கல்-வாலிஸ் டெஸ்ட்



இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இடைநிலைகள் வேறுபட்டதா என்பதை மதிப்பிடுவதற்கு இந்தச் சோதனை உதவுகிறது. தரவு புள்ளிகளின் தரவரிசைகள் தரவு புள்ளியை விட கணக்கீடுகளில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

மான்-கெண்டல் போக்கு சோதனை

இந்தச் சோதனை நேரத் தொடர் தரவுகளின் போக்குகளை ஆராய்கிறது.

- Mann-Kendall போக்கு சோதனையின் பின்னணியில் உள்ள யோசனை என்னவென்றால், ஒரு போக்கு இருந்தால், குறி மதிப்புகள் தொடர்ந்து அதிகரிக்கும் அல்லது குறையும்.
- ஒவ்வொரு மதிப்பும் நேரத் தொடரின் முந்தைய மதிப்புடன் ஒப்பிடப்படுகிறது, இது மொத்தமாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது,

$n(n-1)/2$ ஜோடி தரவு,

எங்கே, n என்பது தொகுப்பில் உள்ள அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை.

- மான்-விட்னி டெஸ்ட்

இந்தச் சோதனையானது சார்பு மாறிகள் வழக்கமான அல்லது ஒழுங்கானதாக இருக்கும் என்ற நிபந்தனையின் அடிப்படையில் இரண்டு சார்பற்ற குழுக்களுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டை தீர்மானிக்கிறது. r_1 மற்றும் r_2 ஆகியவை முறையே குழு 1 மற்றும் குழு 2 இல் உள்ள ரேங்க்களின் கூட்டுத்தொகையாக இருந்தால், சோதனைப் புள்ளி விவரம் 'U' இவ்வாறு வழங்கப்படுகிறது;

- மூட் மீடியன் டெஸ்ட்

எங்களிடம் இரண்டு சுயாதீன மாதிரிகள் இருக்கும்போது இந்தச் சோதனையானது அடையாளச் சோதனைக்குப் பதிலாகப் பயன்படுத்தப்படும். பயன்படுத்தப்படும் சோதனை புள்ளிவிவரம் சி-சதுர சோதனை புள்ளிவிவரம், கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

ஸ்பியர்மேன் தரவரிசை தொடர்பு



இரண்டு தரவுத் தொகுப்புகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பைக் கண்டறிய இந்தச் சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஸ்பியர்மேன் தரவரிசை தொடர்பு பின்வருமாறு வெளிப்படுத்தப்படுகிறது.

அளவுரு அல்லாத சோதனையின் நன்மைகள் மற்றும் தீமைகள்

அளவுரு அல்லாத சோதனையின் நன்மைகள் மற்றும் தீமைகள் பின்வருமாறு:

➤ அளவுரு அல்லாத சோதனையின் முதன்மை நன்மை என்னவென்றால், அளவுரு சோதனைகளுக்கான அனுமானங்கள் மீறப்பட்டால், அவை கூடுதல் புள்ளிவிவர சக்தியைக் கொண்டிருக்கும்.
➤ அளவுரு அல்லாத சோதனையானது எளிதில் புரிந்துகொள்ளக்கூடிய குறுகிய கணக்கீடுகளைக் கொண்டுள்ளது.
➤ அளவுரு அல்லாத சோதனையில் அளவுருவை விட பல அனுமானங்கள் உள்ளன.
➤ சிறிய மாதிரி அளவுகள் அல்லது பெரியவை எதுவாக இருந்தாலும், பெயரளவு மாறி, இடைவெளி மாறி போன்ற அனைத்து வகையான தரவுகளுக்கும் இது பொருந்தும்.

➤ அனுமானங்கள் உடைக்கப்படாவிட்டால், அளவுரு சோதனையை விட இவை குறைவான வலிமை கொண்டவை என்பது அளவுரு அல்லாதவற்றின் அடிப்படை குறைபாடு ஆகும்.
➤ அளவுரு இல்லாத நிலையில், கையால் கணக்கீடு செய்வது கடினம்.
➤ கணினி மென்பொருளின் தொகுப்புகளில் பல அளவுரு அல்லாத சோதனைகளுக்கான முக்கியமான மதிப்பு அட்டவணைகள் இல்லை.
➤ அளவுரு அல்லாத சோதனைகளின் முடிவுகள் விநியோகம் இல்லாத தரவை அடிப்படையாகக் கொண்டிருப்பதால் அது உண்மையாக இருக்கலாம் அல்லது இல்லாமல் இருக்கலாம்.



அளவுரு அல்லாத சோதனைகள், பாராமெட்ரிக் சோதனைகளிலிருந்து எவ்வாறு வேறுபடுகின்றன?

நிகழ்தகவு விநியோகம் மற்றும் கருதுகோள் சோதனை பற்றிய எங்கள் கட்டுரைகளை நீங்கள் படித்தால், ஒவ்வொரு நிகழ்தகவு விநியோகத்திற்கும் பல அனுமானங்கள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள்.

மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் பற்றிய தகவல்கள் முழுமையாக அறியப்படும் போது அளவுரு சோதனைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அதேசமயம் மக்கள்தொகை அளவுருக்கள் பற்றிய தகவல்கள் எதுவும் அல்லது சில தகவல்கள் கிடைக்காதபோது அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. எளிமையான வார்த்தைகளில், அளவுரு சோதனை தரவு பொதுவாக விநியோகிக்கப்படுகிறது என்று கருதுகிறது. இருப்பினும், அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் தரவு விநியோகம் பற்றி எந்த அனுமானத்தையும் செய்யாது.

ஆனால் அளவுருக்கள் என்ன? அளவுருக்கள் மாற்ற முடியாத மக்கள்தொகையின் பண்புகளைத் தவிர வேறில்லை. இதை நன்றாகப் புரிந்துகொள்ள ஒரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.

கீழே காட்டப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ஒரு ஆசிரியர் தனது வகுப்பின் மாணவர்கள் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களைக் கணக்கிட்டார்:

$$\text{Average marks} = \frac{\text{Total marks scored by the students in the class}}{\text{Total number of students in the class}}$$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பாருங்கள், மொத்த மதிப்பெண்களைக் கணக்கிடும் போது ஆசிரியர் அனைத்து மாணவர்களின் மதிப்பெண்களையும் கருத்தில் கொண்டார். மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள்



துல்லியமாக செய்யப்பட்டு, விடுபட்ட மதிப்பெண்கள் இல்லை என்று வைத்துக் கொண்டு, மாணவர்கள் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களை மாற்ற முடியுமா? இல்லை. எனவே, சராசரி மதிப்பெண்கள் மக்கள் தொகையின் அளவுரு என்று அழைக்கப்படுகிறது, ஏனெனில் அதை மாற்ற முடியாது.

அளவுரு அல்லாத சோதனைகளை நான் எப்போது விண்ணப்பிக்கலாம்?

சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

1. பந்தயத்தின் வெற்றியாளர் தரவரிசையால் தீர்மானிக்கப்படுகிறார் மற்றும் பூச்சுக் கோட்டைக் கடந்ததன் அடிப்படையில் ரேங்க் ஒதுக்கப்படுகிறது. இப்போது, ஃபினிஷ் லைனைக் கடக்கும் முதல் நபர் 1 வது இடத்தைப் பிடித்துள்ளார், பூச்சுக் கோட்டைக் கடக்கும் இரண்டாவது நபர் 2 வது இடத்தைப் பிடித்துள்ளார். வெற்றியாளர் மற்ற நபரை எந்த தூரத்தில் வென்றார் என்பது எங்களுக்குத் தெரியாது, எனவே வித்தியாசம் தெரியவில்லை.

2. 20 நபர்களின் மாதிரி சிகிச்சையின் போக்கைப் பின்பற்றியது மற்றும் அவர்களின் அறிகுறிகள் ஒரு கணக்கெடுப்பை நடத்துவதன் மூலம் குறிப்பிடப்பட்டன. சிகிச்சையின் போக்கைப் பின்பற்றிய பிறகு நோயாளி 5 வகைகளில் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கும்படி கேட்கப்பட்டார். கணக்கெடுப்பு இப்படித்தான் இருந்தது



Name of the patient: _____ Age of the patient: _____ Sex: Male / Female

Date of starting the treatment: _____

Please rate your experience after following the course of treatment offered.

- Symptoms got worse
- Symptoms got slightly worse
- No change
- Slight improvement
- Much Improved

இப்போது, நீங்கள் கவனமாகப் பார்த்தால், மேலே உள்ள கணக்கெடுப்பில் உள்ள மதிப்புகள் அளவிடக்கூடியவை அல்ல, அது நோயாளியின் அனுபவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டது. மேலும், ரேங்க்கள் ஒதுக்கப்பட்டு, கணக்கிடப்படவில்லை. இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில், அளவுரு சோதனைகள் செல்லாது.

பெயரளவு தரவுகளுக்கு, எந்த அளவுரு சோதனையும் இல்லை.

3. கண்டறிதலின் வரம்பு என்பது கொடுக்கப்பட்ட பகுப்பாய்வு முறை மூலம் கண்டறியக்கூடிய ஒரு பொருளின் மிகக் குறைந்த அளவாகும், ஆனால் சரியான மதிப்பாக அளவிடப்பட வேண்டிய அவசியமில்லை. உதாரணமாக, ஒரு வைரஸ் சுமை என்பது உங்கள் இரத்தத்தில் உள்ள எச்.ஐ.வி. ஒரு வைரஸ் சுமை கண்டறிதல் வரம்புக்கு அப்பாற்பட்டதாக இருக்கலாம் அல்லது அதிக மதிப்பாக இருக்கலாம்.

4. சராசரி சம்பளப் பொதியின் மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், ஷாருக்கின் வருமானம் மிகையாக இருக்கும். புறம்போக்கு என்றால் என்ன? ஷாருக்கின்



வருமானம் மற்ற பொருளாதார பட்டதாரிகளின் வருமானத்திலிருந்து அசாதாரணமான தூரத்தில் உள்ளது. எனவே ஷாருக்கின் வருமானம், தரவுகளில் உள்ள மற்ற மதிப்புகளிலிருந்து அசாதாரணமான தூரத்தில் இருப்பதால், இங்குள்ள ஷாருக்கின் வருமானம் ஒரு புறம்போக்கு ஆகிறது.

சுருக்கமாக, அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் பின்வரும் சூழ்நிலைகளில் பயன்படுத்தப்படலாம்:

1. தரவு எந்த நிகழ்தகவு விநியோகத்தையும் பின்பற்றவில்லை
2. தரவு ஆர்டினல் மதிப்புகள் அல்லது தரவரிசைகளை உருவாக்குகிறது
3. தரவுகளில் வெளிப்புறங்கள் உள்ளன
4. தரவு கண்டறியும் வரம்பைக் கொண்டுள்ளது

இங்கே கவனிக்க வேண்டிய விஷயம் என்னவென்றால், ஒரு பிரச்சனைக்கு ஒரு அளவுரு சோதனை இருந்தால், அளவுரு அல்லாத சோதனைகளைப் பயன்படுத்துவது மிகவும் தவறான பதில்களைக் கொடுக்கும்.

அளவுரு அல்லாத சோதனையைப் பயன்படுத்துவதன் நன்மைகள் மற்றும் தீமைகள்

மேலே உள்ள விவாதத்தில், அளவுரு அல்லாத சோதனைகளைப் பயன்படுத்துவது நன்மை பயக்கும் அல்லது பாதகமான சில விஷயங்களை நான் குறிப்பிட்டிருப்பதை நீங்கள் கவனித்திருக்கலாம், எனவே இப்போது இந்த புள்ளிகளை கூட்டாகப் பார்ப்போம்.

நன்மை



அளவுரு சோதனைகளை விட அளவுரு அல்லாத சோதனைகளைப் பயன்படுத்துவதன் நன்மைகள்

1. மாதிரி அளவு சிறியதாக இருந்தாலும், அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் துல்லியமான முடிவுகளை வழங்குகின்றன.
2. இயல்புநிலையின் அனுமானங்கள் மீறப்படும் போது, அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் அளவுரு சோதனைகளை விட அதிக சக்தி வாய்ந்தவை.
3. அவை அனைத்து தரவு வகைகளுக்கும் ஏற்றது, அதாவது பெயரளவு, ஆர்டினல், இடைவெளி அல்லது வெளியில் உள்ள தரவு.

பாதகம்

1. தரவுக்கான அளவுரு சோதனை ஏதேனும் இருந்தால், அளவுரு அல்லாத சோதனையைப் பயன்படுத்துவது ஒரு பயங்கரமான தவறு.
2. அளவுரு அல்லாத சோதனைகளுக்கான முக்கியமான மதிப்பு அட்டவணைகள் பல கணினி மென்பொருள் தொகுப்புகளில் சேர்க்கப்படவில்லை, எனவே இந்த சோதனைகளுக்கு அதிக கைமுறை கணக்கீடுகள் தேவைப்படுகின்றன.

அளவுரு அல்லாத சோதனைகளுடன் கருதுகோள் சோதனை

அளவுரு அல்லாத சோதனைகள் மக்கள்தொகை அளவுருக்களில் அலட்சியமாக இருப்பதை இப்போது நீங்கள் அறிவீர்கள், எனவே இது பெற்றோர் மக்கள்தொகையின் சராசரி, நிலையான விலகல் போன்றவற்றைப் பற்றி எந்த அனுமானத்தையும் செய்யாது. கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு



மக்கள்தொகைகளும் சமமாக இருப்பதால் இங்கு பூஜ்ய கருதுகோள் பொதுவானது.

அளவுரு அல்லாத சோதனைகளை நடத்தும்போது பின்பற்ற வேண்டிய படிகள்:

1. முதல் படி கருதுகோளை அமைப்பதும் முக்கியத்துவத்தின் அளவைத் தேர்ந்தெடுப்பதும் ஆகும்

Null hypothesis: H_0 : There is no significant difference between the mean of sample & population

Alternative Hypothesis: H_1 : There is significant difference between the mean of sample & population

இப்போது, இந்த இரண்டு கருதுகோள்கள் என்ன என்பதைப் பார்ப்போம் : எனது கணிப்பு என்னவென்றால், பந்தயத்தில் ராகுல் வெற்றி பெறப் போகிறார், மற்ற சாத்தியமான விளைவு என்னவென்றால், பந்தயத்தில் ராகுல் வெற்றி பெறப் போவதில்லை. இவை எங்கள் கருதுகோள். எங்களின் மாற்றுக் கருதுகோள் என்னவென்றால், ராகுல் பந்தயத்தில் வெற்றி பெறுவார், ஏனென்றால் நாம் நிரூபிக்க விரும்புவதற்குச் சமமான மாற்றுக் கருதுகோளை அமைத்துள்ளோம். பூஜ்ய கருதுகோள் எதிர் உள்ளது, பொதுவாக பூஜ்ய கருதுகோள் என்பது வேறுபாடு இல்லாத அறிக்கையாகும். எடுத்துக்காட்டாக,

முக்கியத்துவத்தின் நிலை: இது தவறான முடிவை எடுப்பதற்கான வாய்ப்பு. மேலே உள்ள கருதுகோள் அறிக்கையில், பூஜ்ய கருதுகோள் மாதிரி மற்றும் மக்கள்தொகை சராசரி இடையே எந்த வித்தியாசமும் இல்லை. மாதிரிக்கும் மக்கள்தொகை சராசரிக்கும் இடையில் வேறுபாடு இல்லாதபோது பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதில் 5% ஆபத்து



இருப்பதாகக் கூறுங்கள். பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான இந்த ஆபத்து அல்லது நிகழ்தகவு அது உண்மையாக இருக்கும்போது முக்கியத்துவம் நிலை என்று அழைக்கப்படுகிறது. *Level of Significance is denoted by α*

அளவுரு அல்லாத சோதனையில், சோதனைக் கருதுகோள் ஆராய்ச்சியின் ஆர்வத்தைப் பொறுத்து ஒரு வால் அல்லது இரண்டு வால்களாக இருக்கலாம்.

2. சோதனை புள்ளிவிவரத்தை அமைக்கவும்

புள்ளிவிவரம் என்றால் என்ன என்பதைப் புரிந்து கொள்ள, ஒரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம். A பிரிவில் மாணவர்கள் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களை, அதாவது 36 என்று ஒரு ஆசிரியர் கணக்கிட்டார், மேலும் A பிரிவில் மாணவர்கள் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களைப் பயன்படுத்தி, B, C மற்றும் D பிரிவுகளில் மாணவர்கள் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தினார். புள்ளி இங்கு கவனிக்க வேண்டியது என்னவென்றால், அனைத்துப் பிரிவுகளிலும் மாணவர்கள் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களை ஆசிரியர் பயன்படுத்தவில்லை, அதற்கு பதிலாக அவர் A பிரிவின் சராசரி மதிப்பெண்களைப் பயன்படுத்தினார். இங்கே, ஆசிரியர் பயன்படுத்தாததால் சராசரி மதிப்பெண்கள் புள்ளியியல் என்று அழைக்கப்படுகிறது. முழு தரவுகளின் அளவுரு அல்லாத சோதனையில், கவனிக்கப்பட்ட மாதிரி தரவரிசைகளாக மாற்றப்பட்டு, பின்னர் தரவரிசைகள் ஒரு சோதனைப் புள்ளிவிவரமாகக் கருதப்படுகின்றன.

3. முடிவு விதியை அமைக்கவும்



முடிவு விதி என்பது பூஜ்ய கருதுகோளை எப்போது நிராகரிக்க வேண்டும் என்பதைக் கூறும் ஒரு அறிக்கையாகும்.

4. சோதனை புள்ளிவிவரத்தை கணக்கிடுங்கள்

அளவுரு அல்லாத சோதனைகளில், சோதனைப் புள்ளிவிவரத்தைக் கணக்கிட தரவரிசைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

5. சோதனை புள்ளிவிவரத்தை முடிவு விதியுடன் ஒப்பிடுக

இங்கே, நீங்கள் ஒப்பீட்டின் அடிப்படையில் உங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்கிறீர்கள் அல்லது நிராகரிக்கிறீர்கள்.

அளவுரு அல்லாத சோதனைகளின் வகைகளைப் பற்றி விவாதிக்கும் போது இந்த பகுதியை ஆழமாக தோண்டி எடுப்போம்.

அளவுரு அல்லாத சோதனைகள்

மான் விட்னி யு சோதனை

மான் விட்னி வில்காக்சன் மற்றும் வில்காக்சன் ரேங்க் சம் சோதனை என்றும் அறியப்படுகிறது, இது சுயாதீன மாதிரி டி-டெஸ்டுக்கு மாற்றாகும். இதை ஒரு உதாரணத்தின் மூலம் புரிந்து கொள்வோம்.

ஒரு மருந்து நிறுவனம் தூக்கத்தில் நடப்பதைக் குணப்படுத்த ஒரு புதிய மருந்தை உருவாக்கியது மற்றும் ஒரு மாதத்திற்குப் பிறகு 5 நோயாளிகள் கொண்ட குழுவின் முடிவைக் கண்டது. 5 பேர் கொண்ட மற்றொரு குழு ஒரு மாதமாக பழைய மருந்தை உட்கொண்டுள்ளது. கடந்த

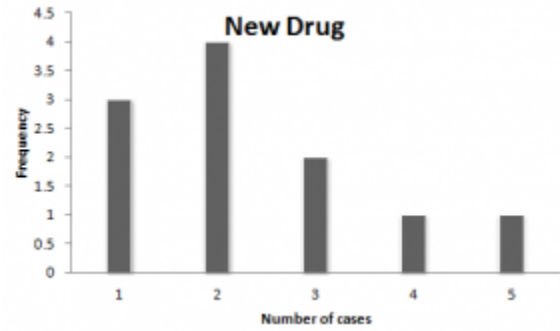
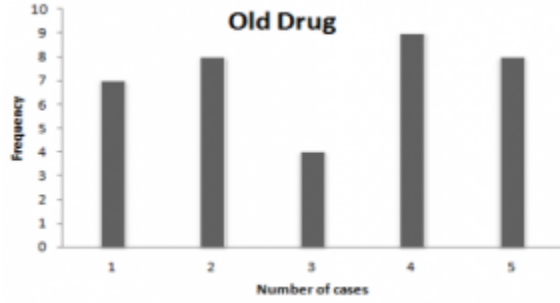


மாதத்தில் தூக்கத்தில் நடப்பவர்களின் எண்ணிக்கையை பதிவு செய்யும்படி அமைப்பு தனிநபர்களிடம் கேட்டது. இதன் விளைவாக இருந்தது:

Sleep walking cases in a month	Old Drug	7	8	4	9	8
	New Drug	3	4	2	1	1

நீங்கள் அட்டவணையைப் பார்த்தால், புதிய மருந்தை உட்கொள்ளும் போது ஒரு மாதத்தில் பதிவுசெய்யப்பட்ட தூக்கத்தில் நடப்பவர்களின் எண்ணிக்கை பழைய மருந்தை உட்கொள்ளும் போது பதிவான நிகழ்வுகளுடன் ஒப்பிடுகையில் குறைவாக உள்ளது.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரைபடங்களைப் பாருங்கள்.



இப்போது, ஒரு நபர் புதிய மருந்துகளை எடுத்துக் கொள்ளும்போது, தூக்கத்தில் நடக்கிற நிகழ்வுகளின் அதிர்வெண் குறைவாக இருப்பதை இங்கே காண்கிறீர்கள். பிரச்சனை புரிந்ததா? இங்கே Mann Whitney U சோதனை எவ்வாறு



செயல்படுகிறது என்பதைப் பார்ப்போம். வெவ்வேறு மருந்துகளை உட்கொள்ளும் இரண்டு குழுக்களும் ஒரே எண்ணிக்கையிலான தூக்கத்தில் நடக்கிறதா இல்லையா என்பதை அறிய ஆர்வமாக உள்ளோம். கருதுகோள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

H_0 : The two groups report same number of cases
 H_1 : The two groups report different number of cases

இந்த சோதனைக்கு 5% முக்கியத்துவத்தை தேர்வு செய்கிறேன். அடுத்த கட்டம் ஒரு சோதனை புள்ளிவிவரத்தை அமைப்பதாகும்.

Mann Whitney U சோதனைக்கு, சோதனைப் புள்ளிவிவரம் U ஆல் குறிக்கப்படுகிறது, இது U_1 மற்றும் U_2 இன் குறைந்தபட்சமாகும் .

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2$$

where R_1 is the sum of ranks of group 1, R_2 is the sum of ranks of group 2
 n_1 is the size of group 1 and n_2 is the size of group 2

இப்போது, இரண்டு குழுக்களையும் இணைத்து தரவரிசைகளைக் கணக்கிடுவோம். என்பதுதான் கேள்வி

பதவிகளை எவ்வாறு ஒதுக்குவது?

அளவுரு அல்லாத சோதனைகளில் தரவரிசைகள் மிக முக்கியமான அங்கமாகும், எனவே ஒரு மாதிரிக்கு ரேங்க்களை எவ்வாறு ஒதுக்குவது



என்பதைக் கற்றுக்கொள்வது மிகவும் முக்கியமானது. ரேங்க்களை எப்படி ஒதுக்குவது என்று கற்றுக்கொள்வோம்.

1. இரண்டு மாதிரிகளையும் இணைத்து, அவற்றை ஏறுவரிசையில் அமைப்போம். நான் பழைய மருந்து மற்றும் புதிய மருந்துக்கு முறையே OD மற்றும் ND ஐப் பயன்படுத்துகிறேன்.

	ND	ND	ND	ND	ND	OD	OD	OD	OD	OD
Sample	1	1	2	3	4	4	7	8	8	9

இங்கு மிகக் குறைந்த மதிப்புக்கு ரேங்க் 1ம், இரண்டாவது குறைந்த மதிப்புக்கு ரேங்க் 2ம் ஒதுக்கப்படும்.

	ND	ND	ND	ND	ND	OD	OD	OD	OD	OD
Sample	1	1	2	3	4	4	7	8	8	9
Ranks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ஆனால் ஒருங்கிணைந்த மாதிரியில் 1, 4 மற்றும் 8 எண்கள் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முறை தோன்றுவதைக் கவனிக்கவும். எனவே ஒதுக்கப்பட்ட பதவிகள் தவறானவை.

மாதிரியில் உறவுகள் இருக்கும்போது தரவரிசைகளை எவ்வாறு ஒதுக்குவது?

டைகள் என்பது ஒரு மாதிரியில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முறை தோன்றும் எண்ணாகும். தரவை வரிசைப்படுத்திய பிறகு மாதிரியில் எண் 1 இன் நிலையைப் பாருங்கள். இங்கே, எண் 1 1 மற்றும் 2 வது இடத்தில் தோன்றும். அப்படியானால், நாம் 1 மற்றும் 2 இன் சராசரியை எடுத்து (எண் 1 1 மற்றும் 2 வது இடத்தில் தோன்றுவதால்) மற்றும் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி எண் 1 க்கு சராசரியை ஒதுக்குகிறோம். எண் 4 மற்றும் 8 க்கு அதே படிகளைப் பின்பற்றுகிறோம். இங்கு 4 என்ற எண் 5வது மற்றும் 6வது



இடத்தில் உள்ளது மற்றும் அவற்றின் சராசரி 5.5 ஆகும், எனவே 4 க்கு ரேங்க் 5.5 ஐ ஒதுக்குகிறோம். இந்த வரிசையில் எண் 8 க்கான தரவரிசையைக் கணக்கிடுங்கள்.

	ND	ND	ND	ND	ND	OD	OD	OD	OD	OD
Sample	1	1	2	3	4	4	7	8	8	9
Rank	1.5	1.5	3	4	5.5	5.5	7	8.5	8.5	10

n அளவுள்ள ஒவ்வொரு மாதிரியிலும் உள்ள ரேங்க்களின் கூட்டுத்தொகை ஒரே மாதிரியாக இருப்பதை உறுதிசெய்ய, மாதிரியில் டைகள் இருக்கும்போது சராசரி தரவரிசையை ஒதுக்குகிறோம். எனவே, தரவரிசைகளின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் சமமாக இருக்கும்

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

2. அடுத்த படியாக குழு 1 மற்றும் குழு 2 க்கான ரேங்க்களின் கூட்டுத்தொகையை கணக்கிட வேண்டும்.

$$\text{ஆர் } 1 = 15.5$$

$$\text{ஆர் } 2 = 39.5$$

3. U_1 & U_2 சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, அவற்றின் மதிப்புகளைக் கணக்கிடுங்கள்.

$$U_1 = 24.5$$

$$U_2 = 0.5$$

$$\text{இப்போது, } U = \text{நிமிடம்}(U_1, U_2) = 0.5$$



குறிப்பு: Mann Whitney U சோதனைக்கு, U இன் மதிப்பு வரம்பில் $(0, n_1 * n_2)$ உள்ளது, 0 என்பது இரண்டு குழுக்களும் முற்றிலும் வேறுபட்டவை என்பதையும் $n_1 * n_2$ இரண்டிற்கும் இடையே உள்ள சில தொடர்பைக் குறிக்கிறது. குழுக்கள். மேலும், $U_1 + U_2$ எப்போதும் $n_1 * n_2$ க்கு சமம். இங்கு U இன் மதிப்பு 0.5, 0க்கு மிக அருகில் இருப்பதைக் கவனியுங்கள்.

இப்போது, முக்கியமான மதிப்புகளுக்கான அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி ஒரு முக்கியமான மதிப்பை (p ஆல் குறிக்கப்படுகிறது) தீர்மானிக்கிறோம், இது சோதனையின் முக்கியத்துவத்தின் மட்டத்திலிருந்து பெறப்பட்ட புள்ளியாகும் மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்க அல்லது ஏற்க பயன்படுகிறது. மான் விட்னி யு சோதனையில், சோதனை அளவுகோல்கள்

Reject $H_0: U \leq \text{critical value}$
Accept $H_0: U > \text{critical value}$

Here, $p = 2$

$U <$ முக்கியமான மதிப்பு, எனவே, நாங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரித்து, இரண்டு குழுக்கள் ஒரே எண்ணிக்கையிலான தூக்கத்தில் நடப்பதாகக் கூறுவதற்கு குறிப்பிடத்தக்க ஆதாரங்கள் எதுவும் இல்லை என்று முடிவு செய்கிறோம்.

வில்காக்சன் சைன்-ரேங்க் டெஸ்ட்

மாதிரியானது ஒரு சாதாரண விநியோகத்தின் அனுமானங்களை மீறும் போதெல்லாம், ஜோடி t- சோதனைக்குப் பதிலாக இந்தப் பரிசோதனையைப் பயன்படுத்தலாம்.



ஒரு ஆசிரியர் வகுப்பில் ஒரு புதிய தலைப்பைக் கற்பித்தார், அடுத்த நாள் ஒரு ஆச்சரியமான தேர்வை எடுக்க முடிவு செய்தார். 6 மாணவர்கள் பெற்ற

10

மதிப்பெண்கள்

பின்வருமாறு:

குறிப்பு: பின்வரும் தரவு சாதாரண விநியோகத்தின் அனுமானங்களை மீறுகிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

Student	1	2	3	4	5	6
Marks	8	6	4	2	5	6

இப்போது, ஆசிரியர் ஒரு வாரம் சுய பயிற்சிக்குப் பிறகு மீண்டும் தேர்வை எடுக்க முடிவு செய்தார். மதிப்பெண்கள் இருந்தன

Student	1	2	3	4	5	6
Marks	6	8	8	9	4	10

ஒரு வார சுய பயிற்சிக்குப் பிறகு மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் மேம்பட்டுள்ளதா என்று பார்க்கலாம்.

Student	Test 1	Test 2	Difference (Test 2 - Test 1)
1	8	6	-2
2	6	8	2
3	4	8	4
4	2	9	7
5	5	4	-1
6	6	10	4

மேலே உள்ள அட்டவணையில், மாணவர்கள் முன்பு பெற்ற மதிப்பெண்களைக் காட்டிலும் குறைவான மதிப்பெண்களைப் பெற்ற சில நிகழ்வுகள் உள்ளன மற்றும் சில சந்தர்ப்பங்களில், முன்னேற்றம் ஒப்பீட்டளவில் அதிகமாக உள்ளது (மாணவர் 4). இது சீரற்ற விளைவுகளின் காரணமாக இருக்கலாம். வித்தியாசம் முறையானதா அல்லது வாய்ப்பின்



காரணமாக இந்த சோதனையைப் பயன்படுத்தினால் நாங்கள் பகுப்பாய்வு செய்வோம்.

அடுத்த படி வேறுபாடுகளின் முழுமையான மதிப்பிற்கு தரவரிசைகளை ஒதுக்க வேண்டும். தரவுகளை ஏறுவரிசையில் வரிசைப்படுத்திய பின்னரே இதைச் செய்ய முடியும் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.

Difference	Ranks
-1	1
2	2.5
-2	2.5
4	4.5
4	4.5
7	6

வில்காக்சன் சைன்-ரேங்க் சோதனையில், கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி, ரேங்க் வித்தியாசத்துடன் தொடர்புடைய அடையாளத்தை அடிப்படையில் ஒதுக்கும் கையொப்பமிடப்பட்ட தரவரிசைகள் நமக்குத் தேவை.

Difference	Ranks	Signed Ranks
-1	1	-1
2	2.5	2.5
-2	2.5	-2.5
4	4.5	4.5
4	4.5	4.5
7	6	6

எளிதானது, சரியா? இப்போது, இங்கே கருதுகோள் என்ன?

H_0 : The median difference is zero

H_1 : The median difference is positive



$$\alpha = 0.05$$

கருதுகோள் ஒரு பக்கமாகவோ அல்லது இருபக்கமாகவோ இருக்கலாம் மற்றும் நான் ஒரு பக்க கருதுகோளைக் கருத்தில் கொண்டு 5% முக்கியத்துவத்தைப் பயன்படுத்துகிறேன். எனவே,

இந்த சோதனைக்கான சோதனை புள்ளிவிவரம் W என்பது கீழே வரையறுக்கப்பட்டுள்ள W_1 மற்றும் W_2 இல் சிறியது :

W_1 : Sum of positive ranks

W_2 : Sum of negative ranks

$$W_1 = 17.5 \quad W_2 = 3.5 \quad W = \min(W_1, W_2) = 3.5$$

இங்கே, W_1 என்பது W_2 ஐ ஒத்ததாக இருந்தால், நாம் பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்கிறோம். இல்லையெனில், இந்த எடுத்துக்காட்டில், வித்தியாசமானது மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களில் அதிக முன்னேற்றத்தை பிரதிபலிக்கிறது என்றால், நாங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கிறோம்.

W இன் முக்கியமான மதிப்பை அட்டவணையில் பார்க்கலாம் .

பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்க அல்லது நிராகரிப்பதற்கான அளவுகோல்கள்

Reject H_0 : $W \leq \text{critical value}$

Accept H_0 : $W > \text{critical value}$

இங்கே, $W > \text{முக்கிய மதிப்பு} = 2$, எனவே நாங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்கிறோம் மற்றும் இரண்டு சோதனைகளின்



மதிப்பெண்களுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை என்று முடிவு செய்கிறோம்.

கையொப்ப சோதனை

இந்தச் சோதனை வில்காக்சன் சைன்-ரேங்க் சோதனையைப் போன்றது மற்றும் தரவு இயல்பான அனுமானங்களை மீறினால், இணைக்கப்பட்ட டி-டெஸ்டுக்குப் பதிலாக இதைப் பயன்படுத்தலாம். வில்காக்சன் சைன்-ரேங்க் சோதனையில் நான் பயன்படுத்திய அதே உதாரணத்தைப் பயன்படுத்தப் போகிறேன், இது சாதாரண விநியோகத்தைப் பின்பற்றவில்லை என்று கருதி, அறிகுறி சோதனையை விளக்குகிறேன்.

தரவுகளை மீண்டும் பார்ப்போம்.

Student	Surprise test scores	After 1 week	Difference (After 1 week - surprise test)	Sign
1	8	6	-2	-
2	6	8	2	+
3	4	8	4	+
4	2	9	7	+
5	5	4	-1	-
6	6	10	4	+

அடையாளச் சோதனையில், தரவரிசைகளைப் புறக்கணிப்பதன் மூலம் அளவைக் கருத்தில் கொள்ள மாட்டோம். கருதுகோள் முன்பு போலவே உள்ளது.

H_0 : The median difference is zero

H_1 : The median difference is positive

இங்கே, ஒரே மாதிரியான நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை வேறுபாடுகளைக் கண்டால், பூஜ்ய கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும். இல்லையெனில், நாம் நேர்மறையான அறிகுறிகளைக் கண்டால், பூஜ்ய கருதுகோள் தவறானது.



சோதனை புள்ளிவிவரம்: நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை அறிகுறிகளின் எண்ணிக்கையை விட இங்கே சோதனை புள்ளிவிவரம் சிறியது.

முக்கிய மதிப்பு மற்றும் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான அல்லது ஏற்றுக்கொள்வதற்கான அளவுகோலைத் தீர்மானிக்கவும்

Reject H_0 : If the smaller number of + & - signs \leq critical value
Accept H_0 : If the smaller number of + & - signs $>$ critical value

இங்கே, சிறிய எண்ணிக்கையான + & - குறிகள் = 2 < முக்கிய மதிப்பு = 6. எனவே, நாங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கிறோம் மற்றும் சராசரி வேறுபாடு பூஜ்ஜியம் என்று கூறுவதற்கு குறிப்பிடத்தக்க ஆதாரம் இல்லை என்று முடிவு செய்கிறோம்.

க்ருஸ்கல்-வாலிஸ் டெஸ்ட்

நீங்கள் 2 க்கும் மேற்பட்ட சுயாதீன குழுக்களுடன் கையாளும் போது இந்த சோதனை மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும், மேலும் இது k மக்களிடையே சராசரியை ஒப்பிடுகிறது. தரவு சாதாரண விநியோகத்தின் அனுமானங்களை மீறும் போது மற்றும் மாதிரி அளவு மிகவும் சிறியதாக இருக்கும்போது இந்த சோதனை ஒரு வழி ANOVA க்கு மாற்றாகும். குறிப்பு: க்ருஸ்கல்-வாலிஸ் சோதனையானது தொடர்ச்சியான மற்றும் ஆர்டினல்-நிலை சார்ந்த மாறிகள் இரண்டிற்கும் பயன்படுத்தப்படலாம்.

க்ருஸ்கல்-வாலிஸ் சோதனை பற்றிய நமது புரிதலை மேம்படுத்த ஒரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.



டெங்கு காய்ச்சலால் பாதிக்கப்பட்ட நோயாளிகள் 3 குழுக்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு அவர்களுக்கு மூன்று விதமான சிகிச்சைகள் அளிக்கப்பட்டன. 3 நாள் சிகிச்சைக்குப் பிறகு நோயாளிகளின் பிளேட்லெட் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

Treatment 1	Treatment 2	Treatment 3
42000	67000	78000
48000	57000	89000
57000	79000	67000
69000		80000
45000		

க்ருஸ்கல்-வாலிஸ் சோதனையைப் பயன்படுத்தி சமாளிக்கக்கூடிய மூன்று சிகிச்சைகளுக்கு மாதிரி அளவு வேறுபட்டது என்பதைக் கவனியுங்கள்.

1, 2 மற்றும் 3 சிகிச்சைகளுக்கான மாதிரி அளவுகள் பின்வருமாறு:

சிகிச்சை 1; $n_1 = 5$
சிகிச்சை 2; $n_2 = 3$ சிகிச்சை 3; $n_3 = 4$ $n = n_1 + n_2 + n_3 = 5 + 3 + 4 = 12$

இங்கே கருதுகோள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் நான் 5% முக்கியத்துவத்தை தேர்ந்தெடுத்துள்ளேன்.

H_0 : Three population medians are same

H_1 : Three population medians are different

இந்த மாதிரிகளை சிறியது முதல் பெரியது வரை ஆர்டர் செய்து, பின்னர் கிளப்பெட் மாதிரிக்கு ரேங்க்களை ஒதுக்குங்கள்.



Treatments			Ranks		
1	2	3	Treatment 1	Treatment 2	Treatment 3
42000			1		
45000			2		
48000			3		
57000	57000		4.5	4.5	
	67000	67000		6.5	6.5
69000			8		
		78000			9
	79000			10	
		80000			11
		89000			12

ரேங்க்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் $n(n+1)/2$ க்கு சமமாக இருக்கும் என்பதை நினைவில் கொள்க.

இங்கே, ரேங்க்களின் கூட்டுத்தொகை = $78 \cdot n(n+1)/2 = (12 \cdot 13)/2 = 78$

3 மக்கள்தொகை இடைநிலைகளுக்கு இடையில் வேறுபாடு உள்ளதா என்பதை நாங்கள் சரிபார்க்க வேண்டும், எனவே தரவரிசைகளின் அடிப்படையில் ஒரு சோதனை புள்ளிவிவரத்தில் மாதிரித் தகவலைச் சுருக்கமாகக் கூறுவோம். இங்கே, சோதனை புள்ளிவிவரம் H ஆல் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் பின்வரும் சூத்திரத்தால் வழங்கப்படுகிறது

$$H = \left(\frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} \right) - 3(n+1)$$

where k = number of comparison groups,

n = total sample size,

n_j = sample size in the j th group,

R_j = sum of the ranks in the j th group.

முக்கிய மதிப்புகளின் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி H இன் முக்கியமான மதிப்பைத் தீர்மானிப்பது அடுத்த படியாகும் மற்றும் சோதனை அளவுகோல்கள் பின்வருமாறு:



Reject $H_0: H \geq \text{critical value}$

Accept $H_0: H < \text{critical value}$

H 6.0778 ஆகவும், முக்கிய மதிப்பு 5.656 ஆகவும் இருக்கும். எனவே, நாங்கள் எங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கிறோம் மற்றும் மூன்று மக்கள்தொகை இடைநிலைகள் ஒரே மாதிரியானவை என்பதைக் குறிப்பிடுவதற்கு குறிப்பிடத்தக்க ஆதாரங்கள் எதுவும் இல்லை என்று முடிவு செய்கிறோம்.

குறிப்பு: க்ருஸ்கல்-வாலிஸ் சோதனையில், ஒவ்வொரு குழுவிலும் 5 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அவதானிப்புகளுடன் 3 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீன ஒப்பீட்டுக் குழுக்கள் இருந்தால், சோதனைப் புள்ளிவிவரம் H தோராயமாக $k-1$ டிகிரி சுதந்திரத்துடன் சி-சதுரப் பரவலைக் கணக்கிடுகிறது. எனவே, அத்தகைய சூழ்நிலையில், முக்கியமான மதிப்புகளுக்கான சி-சதுர விநியோக அட்டவணையில் சோதனையின் முக்கிய மதிப்பை நீங்கள் காணலாம்.

ஸ்பியர்மேன் தரவரிசை தொடர்பு

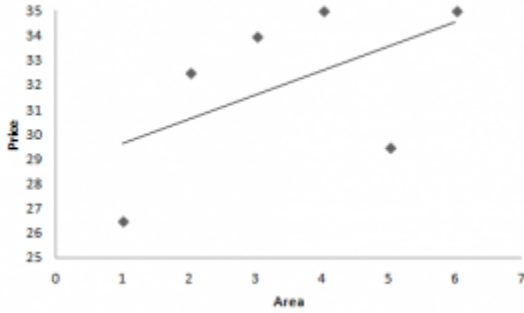
நான் ஒரு பாவாடை வாங்க சந்தைக்குச் சென்றேன், தற்செயலாக என் தோழி அதே பாவாடையை அவள் இடத்திற்கு அருகிலுள்ள சந்தையில் இருந்து வாங்கினாள், ஆனால் அவள் அதற்கு அதிக விலை கொடுத்தாள். என்னுடையதை விட எனது நண்பரின் இடத்திற்கு அருகில் உள்ள சந்தை விலை அதிகம். எனவே ஒரு பிராந்தியம் ஒரு பொருளின் விலையை பாதிக்கிறதா? அவ்வாறு செய்தால், பிராந்தியத்திற்கும் பொருளின் விலைக்கும் இடையே ஒரு இணைப்பு உள்ளது. ஸ்பியர்மேன் தரவரிசை



தொடர்பை நாங்கள் இங்கு பயன்படுத்துகிறோம், ஏனெனில் இரண்டு தரவுத்தொகுப்புகளுக்கு இடையே தொடர்பு இருந்தால் அது நிறுவுகிறது.

காய்கறிகளின் விலை ஒவ்வொரு பகுதியிலும் வேறுபடுகிறது. ஸ்பியர்மேன் தரவரிசைத் தொடர்பைப் பயன்படுத்தி காய்கறியின் விலைக்கும் பரப்பளவிற்கும் தொடர்பு உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்க்கலாம். இங்கே கருதுகோள்:

H_0 : There's no relation between price and area
 H_1 : There is a relation between price and area



இங்கே, போக்கு வரி காய்கறி விலை மற்றும் பகுதி இடையே ஒரு நேர்மறையான தொடர்பு பரிந்துரைக்கிறது. இருப்பினும், தொடர்புகளின் திசையையும் வலிமையையும் சரிபார்க்க ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை தொடர்பு முறை பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்.

ஸ்பியர்மேன் தரவரிசை தொடர்பு என்பது பியர்சன் தொடர்பு குணகத்திற்கு ஒரு அளவுரு அல்லாத மாற்றாகும், மேலும் இது குறிக்கப்படுகிறது r_s . வரம்பில் உள்ள பொய்களின் மதிப்பு (-1,1) இதில் -1 என்பது ரேங்குகளுக்கு இடையே எதிர்மறையான தொடர்பைக் குறிக்கிறது 0 வரிசைகளுக்கு இடையே எந்த தொடர்பும் இல்லை, 1 தரவரிசைகளுக்கு இடையே நேர்மறை



தொடர்பைக் குறிக்கிறது மாதிரிக்கு தரவரிசைகளை வழங்கிய பிறகு, ஸ்பியர்மேன் தரவரிசையைக் கணக்கிட பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

CASE 1: When there are no ties in data

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

CASE 2: When there are ties in the data

$$\rho = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((R(x_i) - R(\bar{x}))(R(y_i) - R(\bar{y})))}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R(x_i) - R(\bar{x}))^2\right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R(y_i) - R(\bar{y}))^2\right)}}$$

where $R(x)$ and $R(y)$ are ranks, $R(\bar{x})$ and $R(\bar{y})$ are the mean ranks.

மாதிரித் தரவைப் பயன்படுத்தி இந்த சூத்திரத்தின் பயன்பாட்டைப் புரிந்துகொள்வோம். பின்வரும் அட்டவணையில் கணிதம் மற்றும் அறிவியலில் மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் உள்ளன. பூஜ்ய கருதுகோள் மதிப்பெண்களுக்கு இடையில் எந்த தொடர்பும் இல்லை என்று கூறுகிறது மற்றும் மாற்று கருதுகோள் மதிப்பெண்களுக்கு இடையே ஒரு உறவு உள்ளது என்று கூறுகிறது. இந்த சோதனைக்கு 5% முக்கியத்துவத்தை தேர்ந்தெடுத்துள்ளேன்.

Maths	56	75	45	71	62	64	58	80	78	61
Science	66	70	40	60	65	56	59	77	67	63

இப்போது ரேங்க் மற்றும் d ஐக் கணக்கிடுங்கள், இது ரேங்குகளுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் மற்றும் n என்பது மாதிரி அளவு = 10. இது பின்வருமாறு செய்யப்படுகிறது:



Maths	56	75	45	71	62	64	58	80	76	61
Science	66	70	40	80	65	56	59	77	67	63
Ranks(M)	9	3	10	4	6	5	8	1	2	7
Ranks(S)	4	2	10	7	5	9	8	1	3	6
d	5	1	0	3	1	4	0	0	1	1
d-square	25	1	0	9	1	16	0	0	1	1

இப்போது, ஸ்பியர்மேன் தரவரிசை தொடர்பு குணகத்தைக் கணக்கிட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும். எனவே, ஸ்பியர்மேன் ரேங்க் தொடர்பு 0.67 ஆக உள்ளது, இது கணிதம் மற்றும் அறிவியல் தேர்வில் பெற்ற மாணவர்களிடையே நேர்மறையான தொடர்பைக் குறிக்கிறது, இது நீங்கள் கணிதத்தில் அதிக ரேங்க் பெற்றால், அறிவியலில் நீங்கள் உயர்ந்த இடத்தைப் பெறுகிறீர்கள் மற்றும் நேர்மாறாகவும்.

முக்கியத்துவ நிலை மற்றும் மாதிரி அளவைப் பயன்படுத்தி முக்கியமான மதிப்புகளைத் தீர்மானிப்பதன் மூலமும் இதை நீங்கள் சரிபார்க்கலாம். பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிப்பதற்கான அல்லது ஏற்றுக்கொள்ளும் அளவுகோல் வழங்கப்படுகிறது

Reject $H_0: |r_s| \geq \text{critical value}$

Accept $H_0: |r_s| < \text{critical value}$

குறிப்பு: இங்கு சுதந்திரத்தின் அளவு n-2 ஆகும். முக்கிய மதிப்பு 0.033 ஆகக் காணப்படுகிறது, இது 0.67 ஐ விடக் குறைவாக உள்ளது. எனவே, நாங்கள் எங்கள் பூஜ்ய கருதுகோளை நிராகரிக்கிறோம்.



அலகு - 4

புள்ளியியல் முடிவுக் கோட்பாடு

புள்ளியியல் முடிவுக் கோட்பாட்டின் பொருள்

புள்ளியியல் முடிவெடுக்கும் கோட்பாடு என்பது பல முறைகளின் ஒரு அமைப்பாக வரையறுக்கப்படலாம், இது முடிவெடுப்பவருக்கு பல மாற்று வழிகளில் இருந்து சிறந்த செயலை புத்திசாலித்தனமாக தேர்ந்தெடுக்க உதவுகிறது. பொதுவாக, புள்ளியியல் முடிவுக் கோட்பாட்டின் சிக்கலைப் பின்வருமாறு கூறலாம்:

"பல மாற்று வழிகள் இருக்கும் சூழ்நிலையில், அவை ஒவ்வொன்றும் சில நிகழ்தகவுகளுடன் தொடர்புடைய பரஸ்பர பிரத்தியேக விளைவுகளின் தொகுப்பிற்கு வழிவகுக்கும், முடிவெடுப்பவர் எந்த நடவடிக்கையை எடுக்க வேண்டும்

புள்ளியியல் முடிவு கோட்பாடு: முடிவெடுக்கும் வகைகள், முடிவெடுக்கும் கட்டமைப்பு மற்றும் முடிவெடுக்கும் அளவுகோல்கள்

ஒவ்வொரு தனிமனிதனும் தனது அன்றாடச் செயல்பாடுகள் குறித்து சில முடிவுகளை எடுக்க வேண்டும். வழக்கமான இயல்பின் முடிவுகள் அதிக அபாயங்களை உள்ளடக்குவதில்லை மற்றும் அதன் விளைவாக இயற்கையில் அற்பமானவை. வணிக நிர்வாகிகள் முடிவுகளை எடுக்கும்போது, அவர்களின் முடிவுகள் தயாரிப்பின் நுகர்வோர், வணிகப் பிரிவின் பங்குதாரர்கள் மற்றும் நிறுவனத்தின் பணியாளர்கள் போன்ற பிறரைப் பாதிக்கும்.

சமூகத்தில் உள்ள மற்றவர்களைப் பாதிக்கும் இத்தகைய முடிவுகள் அவற்றின் விளைவுகளை மிகவும் கவனமாகவும் புறநிலையாகவும்



பகுப்பாய்வு செய்கின்றன. புள்ளியியல் நிபுணரின் பணியானது, முடிவெடுக்கும் சிக்கலை அதன் எளிய கூறுகளாகப் பிரித்து, அவற்றில் ஏதேனும் அல்லது சில அறிவியல் சிகிச்சைக்கு ஏற்றவையா என்பதை ஆய்வு செய்வதாகும், எனவே இந்த கூறுகளை சிக்கலின் ஒத்திசைவான மற்றும் நிலையான முடிவாகப் பிணைக்கக்கூடிய ஒரு முறையை அவர் கொண்டு வர முயற்சிக்கிறார்.

ஒரு குறிப்பிட்ட முடிவெடுக்கும் செயல்முறைக்கு பொருத்தமான நடத்தை முறை உள்ளதா மற்றும் அது ஒரு விதியின் வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தப்படும் அளவுக்கு சீரானதா என்பதைக் கண்டறியும் முயற்சியில் அவர் ஈடுபடுகிறார். ஒரு குறிப்பிட்ட சூழ்நிலையை முன்கூட்டியே தீர்மானிக்க சில தரநிலைகளை நிர்ணயிப்பதன் மூலம் ஏதேனும் நிலைத்தன்மை உள்ளதா என்பதைக் கண்டறிய சிறந்த வழி.

கடந்த கால அனுபவங்கள் அல்லது கடந்த கால நிகழ்வுகள் பற்றிய அறிவின் அடிப்படையில் இந்த தரநிலைகள் நிலையானவை. வணிக முடிவெடுப்பவர் சில தரநிலைகள் மற்றும் கருவிகளின் உதவியுடன் தனது வேலையை எளிதாக்க முடியும். இங்கே புள்ளியியல் நிபுணரின் பணி, அத்தகைய தரநிலைகள் மற்றும் அளவீட்டு கருவிகளை உருவாக்குவதாகும்.

முடிவு வகைகள்:

முடிவெடுக்கும் சிக்கல்களை ஐந்து வகைகளாகப் பிரிக்கலாம், அவை:

உறுதியாக முடிவெடுத்தல்:

முடிவெடுப்பவர் கிட்டத்தட்ட முழுமையான தகவலைப் பெறுவதில் சில சிக்கல்கள் உள்ளன, இதனால் அவர் இயற்கையின் நிலை மற்றும் இயற்கையின் நிலை மற்றும் இயற்கையின் விளைவுகள் பற்றிய அனைத்து உண்மைகளையும் மீண்டும் அறிவார். அத்தகைய சூழ்நிலையில், முடிவெடுப்பதில் சிக்கல் எளிதானது, ஏனெனில் முடிவெடுப்பவர் உத்தியை



மட்டுமே தேர்வு செய்ய வேண்டும், இது அவருக்கு பயன்பாட்டின் அடிப்படையில் அதிகபட்ச ஊதியத்தை அளிக்கும்.

மூலோபாய வரிசைகள் பொதுவாக மிகப் பெரியதாக இருக்கும் சந்தர்ப்பங்களில், அவற்றைப் பட்டியலிடுவது கூட சாத்தியமற்றது, நேரியல் மற்றும் நேரியல் அல்லாத நிரலாக்கம் மற்றும் வடிவியல் போன்ற செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் நுட்பம்.

உகந்த மூலோபாயத்தை அடைய நிரலாக்கம் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்.

2. ஆபத்தில் முடிவெடுத்தல்:

இயற்கையின் நிலை தெரியாதபோது இதுபோன்ற ஒரு சிக்கல் எழுகிறது, ஆனால் புறநிலை அல்லது அனுபவ ஆதாரங்களின் அடிப்படையில், இயற்கையின் பல்வேறு நிலைகளுக்கு நிகழ்தகவுகளை நாம் ஒதுக்கலாம். வரலாற்று தரவு மற்றும் கடந்த கால அனுபவத்தின் அடிப்படையில் பல சிக்கல்களில், இயற்கையின் பல்வேறு நிலைகளுக்கு நிகழ்தகவுகளை நாம் ஒதுக்க முடியும். இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில், இயற்கையின் பல்வேறு நிலைகளுக்கு நிகழ்தகவுகளை ஒதுக்குவதன் மூலம் உகந்த முடிவை எட்டுவதற்கு பே-ஆஃப் மேட்ரிக்ஸ் மகத்தான உதவியாக உள்ளது.

3. நிச்சயமற்ற நிலையில் முடிவெடுத்தல்:

நிச்சயமற்ற நிலைமைகளின் கீழ் முடிவெடுக்கும் செயல்முறை இயற்கையின் நிலைகள் பற்றிய அறிவு மற்றும் அவற்றின் நிகழ்வுகளின் சாத்தியக்கூறுகள் பற்றிய புறநிலை தகவல் இல்லாதபோது நடைபெறுகிறது. வரலாற்றுத் தரவு மற்றும் தொடர்புடைய அதிர்வெண் இல்லாத இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில், குறிப்பிட்ட இயற்கையின் நிகழ்வின் நிகழ்தகவைக் குறிப்பிட முடியாது.

ஒரு புதிய தயாரிப்பு அறிமுகப்படுத்தப்படும் போது அல்லது ஒரு புதிய ஆலை அமைக்கப்படும் போது இத்தகைய சூழ்நிலைகள் எழுகின்றன.



நிச்சயமாக, இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில் கூட சில சந்தை ஆய்வுகள் நடத்தப்பட்டு தொடர்புடைய தகவல்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன, இருப்பினும் ஒரு குறிப்பிட்ட இயற்கையின் நிகழ்வுக்கான நிகழ்தகவு எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிட இது பொதுவாக போதுமானதாக இல்லை.

4. பகுதி தகவலின் கீழ் முடிவெடுத்தல்:

இந்த வகையான நிலைமை ஆபத்து மற்றும் நிச்சயமற்ற நிலைமைகளுக்கு இடையில் உள்ளது. ஆபத்து நிலைமைகளைப் பொறுத்தவரை, இயற்கையின் பல்வேறு நிலைகளின் நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு கடந்த கால அனுபவத்தின் அடிப்படையாக அறியப்படுகிறது, மேலும் நிச்சயமற்ற நிலையில், அத்தகைய தரவு எதுவும் கிடைக்கவில்லை. ஆனால் தரவு ஓரளவு கிடைக்கும்போது பல சூழ்நிலைகள் எழுகின்றன. இத்தகைய சூழ்நிலைகளில், பகுதி தகவலின் அடிப்படையில் முடிவெடுப்பது என்று நாம் கூறலாம்.

மோதலின் கீழ் முடிவெடுத்தல்:

இயற்கையின் நிலையைக் காட்டிலும் பகுத்தறிவு எதிரியுடன் நாம் கையாளும் போது ஒரு மோதல் நிலை ஏற்பட வேண்டும். எனவே, முடிவெடுப்பவர், தனது எதிரியின் செயல் அல்லது எதிர்ச் செயலைக் கருத்தில் கொண்டு ஒரு உத்தியைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். பிராண்ட் போட்டி, இராணுவ ஆயுதங்கள், சந்தை இடம் போன்றவை இந்த வகையின் கீழ் வரும் பிரச்சனைகள். வியூகத் தேர்வு என்பது விளையாட்டுக் கோட்பாட்டின் அடிப்படையாகச் செய்யப்படுகிறது, அங்கு முடிவெடுப்பவர் எதிராளியின் செயலை எதிர்பார்த்து, பின்னர் தனது சொந்த மூலோபாயத்தைத் தீர்மானிக்கிறார்.

தர்க்கரீதியான முடிவெடுக்கும் கட்டமைப்பு:



முடிவெடுக்கும் கோட்பாட்டைப் படிப்பதன் முக்கிய நோக்கம், சிக்கலை ஒரு பொருத்தமான தர்க்க கட்டமைப்பிற்குள் வைப்பதாகும். இதில் சிக்கலைக் கண்டறிவது அடங்கும். தனிப்பட்ட கருத்து மற்றும் புதுமை ஆகியவை சிக்கலைக் கண்டறிவதற்கான இரண்டு இன்றியமையாத விஷயங்களாகும், பின்னர் மாற்று நடவடிக்கையை உருவாக்கி, சிறந்த தேர்வை அடைய வெவ்வேறு மாற்றுகளை மதிப்பிடுவதற்கான அளவுகோல்களை உருவாக்குகிறது.

முடிவெடுக்கும் சூழ்நிலையின் அடிப்படை கூறுகள் பின்வருமாறு:

1. சட்டங்கள்:

எந்தவொரு முடிவெடுக்கும் பிரச்சனையிலும் பல மாற்று வழிகள் உள்ளன. ஆனால் சில பொருத்தமான மாற்றுகளை மட்டுமே கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். உதாரணமாக, வணிக நிறுவனம் தனது பொருட்களை மாநிலத்திற்குள் அல்லது நாட்டிற்குள் அல்லது நாட்டின் எல்லைகளுக்கு அப்பால் சந்தைப்படுத்த முடிவு செய்யலாம். இங்கே, மூன்று மாற்று வழிகள் உள்ளன. இன்னும் இதுபோன்ற மாற்று வழிகள் இருக்கலாம். எந்தவொருவரின் இறுதித் தேர்வும் ஒவ்வொரு மூலோபாயத்திலிருந்தும் ஊதியத்தைப் பொறுத்தது.

2. இயற்கை நிலைகள்:

சாத்தியமான நிகழ்வுகள் அல்லது இயற்கையின் நிலைகள் நிச்சயமற்றவை, ஆனால் மாற்றுச் செயல்களில் ஏதேனும் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு முக்கியமானவை. உதாரணமாக, வானொலி விற்பனையாளருக்கு அவர் எத்தனை ரேடியோக்களை விற்க முடியும் என்று



தெரியாது. அதில் ஒரு நிச்சயமற்ற தன்மை உள்ளது, இந்த காரணத்திற்காக எத்தனை ரேடியோக்களை வாங்குவது என்பதை அவரால் தீர்மானிக்க முடியாது. இந்த நிச்சயமற்ற தன்மை இயற்கையின் நிலை அல்லது உலகின் நிலை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

3. முடிவுகள்:

இயற்கையின் சாத்தியமான செயல்கள் மற்றும் சாத்தியமான நிலைகள் ஒவ்வொன்றின் கலவையின் விளைவு உள்ளது. இது நிபந்தனை மதிப்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு விளைவிற்கும் பண ஆதாயம் அல்லது நஷ்டம் ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் நாம் செலுத்தும்-ஆஃப்களை கணக்கிடாத வரையில் விளைவு குறிப்பிடத்தக்கதாக இருக்காது. எனவே விளைவு என்பது ஒரு செயல் மற்றும் இயற்கையின் ஒவ்வொரு நிலைகளின் கலவையின் விளைவைக் குறிக்கிறது.

4. செலுத்துதல்:

ஒவ்வொரு விளைவுகளிலிருந்தும் பண ஆதாயம் அல்லது நஷ்டத்தைப் பே-ஆஃப் கையாள்கிறது. இது செலவு-சேமிப்பு அல்லது சுண்ணாம்பு-சேமிப்பு ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் இருக்கலாம், ஆனால் துல்லியமான பகுப்பாய்விற்கு உதவும் வகையில், ஊதியத்தின் வெளிப்பாடு எப்போதும் அளவுகோல் அடிப்படையில் இருக்க வேண்டும். எனவே வெளியீட்டின் மதிப்பு நேரடியாக பணத்தில் வெளிப்படுத்தப்படும் ஆதாயத்தின் அடிப்படையில் வெளிப்படுத்தப்படும்போது அது பே-ஆஃப் எனப்படும். ஒவ்வொரு விளைவின் ஊதியம் அல்லது பயனின் கணக்கீடு கவனமாக செய்யப்பட வேண்டும்



5. ஒவ்வொரு சட்டத்தின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகள்:

நடைமுறை வணிக சூழ்நிலையில், ஆபத்து மற்றும் நிச்சயமற்ற தன்மை உள்ளது. ஆபத்து விஷயத்தில், இயற்கையின் ஒவ்வொரு நிலையின் நிகழ்தகவு அறியப்படுகிறது, மேலும் நிச்சயமற்ற நிலையில், அது தெரியவில்லை. எனவே, ஒரு செயலின் ஒவ்வொரு சாத்தியமான விளைவும் நிகழ்வின் நிகழ்தகவைக் கொண்டு மதிப்பிட வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்ட செயலின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பை பின்வரும் சூத்திரத்தால் கணக்கிடலாம்:

$$\sum_{j=1}^n PO_{ij} = P_1O_{i1} + P_2O_{i2} + \dots + P_nO_{in}$$

P_1 to P_n என்பது நிகழ்வுகளின் நிகழ்வு நிகழ்தகவுகளைக் குறிக்கிறது E_1 முதல் E_n மற்றும் O_{ij} , ஒவ்வொரு நிகழ்வு மற்றும் செயலின் கலவையுடன் விளைவின் ஊதியம். ஒவ்வொரு மாற்றீட்டின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு இயற்கையின் ஒவ்வொரு நிலைக்கும் ஒதுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவைக் கொண்டு கணக்கிடப்படுகிறது.

முடிவெடுப்பதற்கான அளவுகோல்கள்:

முடிவெடுக்கும் அளவுகோல்களின் தன்மை, முடிவெடுக்கும் சூழ்நிலையின் வகையைப் பொறுத்தது:



1. உறுதியான நிபந்தனைகளின் கீழ்:

இந்த நிபந்தனையின் கீழ்; ஒவ்வொரு மூலோபாயத்திற்கும் ஒரு ஊதியம் உள்ளது. பே-ஆஃப் என்பது குறிக்கோளின் சாதனைகளின் அளவைக் குறிக்கிறது, எனவே மிகப்பெரிய ஊதியம் தேர்வு செய்யப்பட்டு அதற்கான உத்தி தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது.

2. ஆபத்து நிபந்தனைகளின் கீழ்:

அபாய நிலையில், ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட இயற்கை நிலைகள் இருக்கும் ஆனால் அவை நிகழும் நிகழ்தகவு கடந்த கால அனுபவத்தின் அடிப்படையில் அறியப்படுகிறது. அதிகபட்ச ஊதியத்தை வழங்கும் உத்தி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது.

3. நிச்சயமற்ற நிலைமைகளின் கீழ்:

நிச்சயமற்ற நிலைமைகளின் கீழ், இயற்கையின் நிலைக்கான நிகழ்தகவுகளின் தொகுப்பு நம்மிடம் இல்லை. எனவே, ஒவ்வொரு மாற்றீட்டிற்கும் ஊதியம் அல்லது பயன்பாடுகள் மட்டுமே தெரியும். ஆனால் இயற்கையின் ஒவ்வொரு நிலையின் சாத்தியக்கூறுகள் பற்றி எதுவும் தெரியவில்லை. சிக்கல் மிகவும் சிக்கலானதாகிறது மற்றும் முடிவெடுப்பவரின் ஆளுமை மூலோபாயத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பதில் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது.

பின்வரும் அளவுகோல்கள் பொதுவாக பின்பற்றப்படுகின்றன:

(1) அதிகபட்ச அளவுகோல்:



அதிகபட்ச குறைந்தபட்ச ஊதியத்தை வழங்கும் உத்தி தேர்வு செய்யப்படும். நிச்சயமற்ற நிலையில் அவநம்பிக்கை என்பது பகுத்தறிவற்றது அல்ல என்பதே இந்த அளவுகோலின் பின்னணியில் உள்ள அடிப்படைக் காரணம். மோசமானதைத் தவிர்க்க வேண்டும் என்பதே யோசனை. இந்த அளவுகோலில் சுய பாதுகாப்பின் நோக்கம் கருதப்படுகிறது.

(2) அதிகபட்ச அளவுகோல்:

முடிவெடுப்பவர் இயல்பிலேயே நம்பிக்கையாளராக இருந்தால், அவர் எப்போதும் தனது பார்வையில் இயற்கையின் நிலை சிறந்தது என்று நினைப்பார். அவர் அனைத்து உத்திகளின் எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியத்தைக் கண்டுபிடித்து, அனைத்து உத்திகளிலிருந்தும் அதிகபட்ச ஊதியத்தை அளிக்கும் உத்தியை எடுப்பார். இயற்கையின் நிலை சாதகமாக இருக்கும் என்று எப்போதும் நினைப்பார்.

(3) மினிமேக்ஸ் வருத்தம் அளவுகோல்:

அளவுகோல் செலவு அல்லது வருத்தமாக இருக்கும் போது, முடிவெடுப்பவர் அதிகபட்ச வருத்தம் அல்லது செலவு குறைவாக இருக்கும் உத்தியைத் தேர்ந்தெடுப்பார். ஒவ்வொரு செயலுக்கும் பல்வேறு மாற்றுச் செயல்களின் சிறந்த ஊதியத்தைக் குறிப்பிடுவதன் மூலம் வருத்தங்கள் கணக்கிடப்பட வேண்டும்.

(4) Laplace அளவுகோல்:



இந்த அளவுகோலின் கீழ், நிச்சயமற்ற நிலைமைகளின் கீழ், இயற்கையின் நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு பற்றிய முழுமையான அறியாமை இருக்கும்போது, இயற்கையின் ஒவ்வொரு நிலையின் நிகழ்வின் நிகழ்தகவு ஒரே மாதிரியாக இருக்கும் என்று கருதப்படுகிறது. இதற்குப் பிறகு, எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியத்தை அதிகப்படுத்தும் உத்தி தேர்வு செய்யப்படுகிறது.

(5) அகநிலை எதிர்பார்க்கப்படும் பயன்பாட்டு அளவுகோல்:

இந்த அளவுகோலின் கீழ் கடந்த கால அனுபவத்திலிருந்து பெறப்பட்ட அறிவு மட்டுமல்ல, இயற்கையின் நிலைகளுக்கு நிகழ்தகவுகளை ஒதுக்கும்போது முடிவெடுப்பவரின் தீர்ப்பும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது. எனவே, இந்த அளவுகோலில், இயற்கையின் நிலையைப் பொறுத்தவரையில் பின்பகுதி நிகழ்தகவுகளை கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டு எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு கணக்கிடப்படும்.

எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு :

எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு (EV) என்பது எதிர்காலத்தில் ஒரு கட்டத்தில் முதலீட்டிற்கான எதிர்பார்க்கப்படும் சராசரி மதிப்பாகும். முதலீட்டாளர்கள் முதலீட்டின் மதிப்பை மதிப்பிடுவதற்கு எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பைப் பயன்படுத்துகின்றனர், பெரும்பாலும் அவர்களின் அபாயத்துடன் ஒப்பிடுகையில்.

அடிப்படையில் உகந்த போர்ட்:போலியோ ஒதுக்கீட்டைத் தீர்க்க முயற்சிக்கிறது.



பெருக்கி பின்னர் அந்த மதிப்புகள் அனைத்தையும் கூட்டுவதன் மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது.



அலகு - 5

புள்ளிவிவர செயல்முறை கட்டுப்பாடு

புள்ளியியல் செயல்முறைக் கட்டுப்பாடு மாதிரி மற்றும் புள்ளிவிவர முறைகளைப் பயன்படுத்தி உற்பத்திச் செயல்பாடு போன்ற நடந்துகொண்டிருக்கும் செயல்முறையின் தரத்தைக் கண்காணிக்கிறது. கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படம் என குறிப்பிடப்படும் வரைகலை காட்சியானது ஒரு செயல்முறையின் வெளியீட்டில் ஏற்படும் மாறுபாடு பொதுவான காரணங்களால் (தோராயமாக நிகழும் மாறுபாடுகள்) அல்லது வழக்கத்திற்கு மாறாக ஒதுக்கக்கூடிய காரணங்களால் ஏற்படுகிறதா என்பதை தீர்மானிப்பதற்கான அடிப்படையை வழங்குகிறது. ஒதுக்கக்கூடிய காரணங்கள் அடையாளம் காணப்படும் போதெல்லாம், வெளியீட்டை ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய தர நிலைகளுக்கு கொண்டு வர செயல்முறையை சரிசெய்வதற்கு ஒரு முடிவை எடுக்கலாம்.

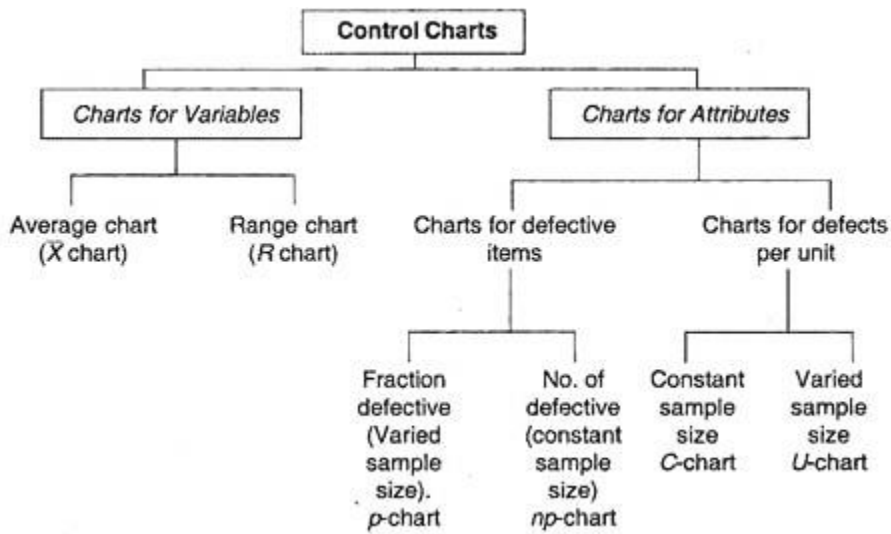
கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்கள் அவை கொண்டிருக்கும் தரவு வகைகளால் வகைப்படுத்தப்படலாம். எடுத்துக்காட்டாக, வெளியீட்டின் தரத்தை அளவிட ஒரு மாதிரி சராசரி பயன்படுத்தப்படும் சூழ்நிலைகளில் \bar{x} - விளக்கப்படம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. நீளம், எடை மற்றும் வெப்பநிலை போன்ற அளவு தரவுகளை \bar{x} விளக்கப்படம் மூலம் கண்காணிக்க முடியும். செயல்முறை மாறுபாட்டை வரம்பு அல்லது R- வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி கண்காணிக்க முடியும். மாதிரியில் உள்ள குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை அல்லது குறைபாடுகளின் விகிதத்தின் அடிப்படையில் வெளியீட்டின் தரம் அளவிடப்படும் சந்தர்ப்பங்களில், ஒரு n p -chart அல்லது p -chart ஐப் பயன்படுத்தலாம்.

அனைத்து கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்களும் ஒரே பாணியில் கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு \bar{x} விளக்கப்படத்தின் மையக் கோடு, செயல்முறை கட்டுப்பாட்டில் இருக்கும்போது மற்றும் ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய தரத்தின் வெளியீட்டை உருவாக்கும் போது செயல்முறையின் சராசரிக்கு ஒத்திருக்கும். கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படத்தின்



செங்குத்து அச்ச வட்டி மாறிக்கான அளவீட்டு அளவைக் குறிக்கிறது. கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படத்தின் மேல் கிடைமட்ட கோடு, மேல் கட்டுப்பாட்டு வரம்பு என குறிப்பிடப்படுகிறது, மற்றும் கீழ் கிடைமட்ட கோடு, கீழ் கட்டுப்பாட்டு வரம்பு என குறிப்பிடப்படுகிறது, எனவே செயல்முறை கட்டுப்பாட்டில் இருக்கும்போது மதிப்பு அதிகமாக இருக்கும். ஒரு மாதிரி சராசரி இரண்டு கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்கு இடையில் விழும். செயல்முறை சராசரிக்கு மேலேயும் கீழேயும் மூன்று நிலையான விலகல்களில் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளை அமைப்பதே நிலையான நடைமுறையாகும். செயல்முறையை அவ்வப்போது மாதிரி செய்யலாம். ஒவ்வொரு மாதிரியும் தேர்ந்தெடுக்கப்படும்போது, மாதிரி சராசரியின் மதிப்பு கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படத்தில் திட்டமிடப்பட்டுள்ளது. மாதிரி சராசரியின் மதிப்பு கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்குள் இருந்தால், தரமான தரநிலைகள் பராமரிக்கப்படுகின்றன என்ற அனுமானத்தின் கீழ் செயல்முறை தொடரலாம். மாதிரி சராசரியின் மதிப்பு கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்கு வெளியே இருந்தால், கட்டுப்பாடற்ற முடிவுசெயல்முறையை ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய தரநிலைகளுக்குத் திரும்பச் செய்வதற்கு, சரியான நடவடிக்கையின் அவசியத்தை சுட்டிக்காட்டுகிறது.

மாறிகள் மற்றும் பண்புக்கூறுகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்கள் | தர கட்டுப்பாடு



மாறிகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்கள் :



செயல்முறையிலிருந்து வெளிவரும் கூறுகளின் பல மாதிரிகள் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு எடுக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு மாதிரியும் சீரற்ற முறையில் எடுக்கப்பட வேண்டும், மேலும் மாதிரியின் அளவு பொதுவாக 5 ஆக வைக்கப்படும், ஆனால் உணர்திறன் கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்களுக்கு 10 முதல் 15 அலகுகள் எடுக்கலாம்.

ஒவ்வொரு மாதிரிக்கும், அனைத்து அளவீடுகளின் சராசரி மதிப்பு \bar{X} மற்றும் R வரம்பு கணக்கிடப்படுகிறது. பெரிய சராசரி \bar{X} (அனைத்து மாதிரி சராசரியின் சராசரி மதிப்புக்கு சமம், \bar{X}) மற்றும் R (\bar{X} அனைத்து மாதிரி வரம்புகளின் சராசரிக்கும் சமம் R) ஆகியவை காணப்படுகின்றன, இவற்றிலிருந்து நாம் \bar{X} மற்றும் Rக்கான கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளைக் கணக்கிடலாம். விளக்கப்படங்கள்.

எனவே,

For \bar{X} charts :

Upper Control Limit, $UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$

Lower Control Limit, $LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$

$\bar{\bar{X}}$ and \bar{R} are also called centre line values.

For R chart : $UCL_R = D_4 \bar{R}$

$LCL_R = D_3 \bar{R}$

இங்கு A_2 , D_4 மற்றும் D_3 காரணிகள் ஒரு மாதிரி அலகுகளின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தது. பெரிய எண், வரம்புகளை மூடு. A_2 , D_4 மற்றும் D_3 காரணிகளின் மதிப்பை புள்ளியியல் தரக் கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையில் இருந்து பெறலாம். இருப்பினும் தயார் குறிப்புக்காக இவை அட்டவணை வடிவில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



ஒவ்வொரு மாதிரியின் \bar{X} மற்றும் அதன் மதிப்புகள் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்குள் இருக்கும் வரை, செயல்முறை புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டில் இருக்கும் என்று கூறப்படுகிறது.

Summary of Formula used in \bar{X} and R Chart

Chart	Centre line	3 Sigma Control limits
\bar{X} , Average	\bar{X}	$\bar{X} + A_2 R$
R , Range	\bar{R}	$D_3 \bar{R}$ and $D_4 \bar{R}$
Estimated spread of individual measurement	$= \bar{X} \pm \frac{3\bar{R}}{d_2}$	

d 2 என்பது ஒரு காரணியாகும், அதன் மதிப்பு மாதிரியில் உள்ள அலகுகளின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தது. அதன் மதிப்பு SQC அட்டவணைகள் 63.1 இலிருந்து பார்க்கப்படுகிறது.

செயல்முறை கட்டுப்பாட்டில் இல்லை : கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளைக் கணக்கிட்ட பிறகு, செயல்முறை புள்ளிவிவரக் கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா இல்லையா என்பதைத் தீர்மானிக்க அடுத்த படியாகும். இல்லையெனில், செயல்முறை கட்டுப்பாட்டை மீறும் வெளிப்புற காரணங்கள் உள்ளன என்று அர்த்தம். இந்த காரணத்தைக் கண்டறிந்து அகற்ற வேண்டும், இதனால் செயல்முறை நிலையான புள்ளிவிவர நிலைமைகளின் கீழ் செயல்படத் திரும்பும்.

செயல்முறை கட்டுப்பாட்டை மீறுவதற்கான பல்வேறு காரணங்கள் இருக்கலாம்:

(i) தவறான கருவிகள்,



(ii) புதிய சரக்குகளில் புதிய பொருட்களின் பண்புகளில் திடீர் குறிப்பிடத்தக்க மாற்றம்,

(iii) உயவு முறையின் முறிவு,

(iv) வேக பொறிமுறைகளின் நேரக் குறைபாடுகள் போன்றவை.

இந்த காரணங்களைக் கண்டறிவது சில நேரங்களில் எளிமையானது மற்றும் நேராக முன்னோக்கிச் செல்லும், ஆனால் செயல்முறை பல வெளிப்புற காரணங்களின் ஒருங்கிணைந்த விளைவுக்கு உட்பட்டால், அது நீண்ட மற்றும் சிக்கலான வணிகமாக இருக்கலாம்.

Table 63.1

No. of units in a sample	A_2	D_3	D_4	d_2
2	1.88	0	3.27	1.13
3	1.02	0	2.57	1.69
4	0.73	0	2.28	2.06
5	0.58	0	2.11	2.33
6	0.48	0	2.00	2.53
7	0.42	0.08	1.92	2.70
8	0.37	0.14	1.86	2.85
9	0.33	0.18	1.82	2.97
10	0.31	0.22	1.78	3.08
11	0.29	0.26	1.74	3.17
12	0.27	0.28	1.72	3.26
13	0.25	0.31	1.69	3.34
14	0.24	0.33	1.67	3.41
15	0.22	0.35	1.65	3.47

செயல்முறை கட்டுப்பாட்டில் உள்ளது :

செயல்முறை புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டில் இருப்பது கண்டறியப்பட்டால், தேவையான விவரக்குறிப்புகள் மற்றும் செயல்முறை திறன் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான ஒப்பீடு இரண்டும் இணக்கமாக உள்ளதா என்பதை தீர்மானிக்க மேற்கொள்ளப்படலாம். குறிப்பிட்ட சகிப்புத்தன்மை செயல்முறை திறனுக்கு மிகவும் இறுக்கமாக இருப்பதை நிரூபிக்க வேண்டுமா?



முன்று சாத்தியமான மாற்றுகள் உள்ளன:

(அ) விவரக்குறிப்புகளை மறு மதிப்பீடு செய்யுங்கள். இறுக்கமான சகிப்புத்தன்மை உண்மையில் தேவையா அல்லது தரத்தை பாதிக்காமல் நிதானமாக இருக்க முடியுமா.

(ஆ) விவரக்குறிப்புகளில் தளர்வு அனுமதிக்கப்படாவிட்டால், மிகவும் துல்லியமான செயல்முறையைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

(இ) மேற்கூறிய இரண்டு மாற்றுகளும் ஏற்றுக்கொள்ளப்படாவிட்டால், குறைபாடுகளைக் கண்டறிய 100% ஆய்வு மேற்கொள்ளப்படுகிறது.

செயல்முறை கட்டுப்பாட்டில் இல்லாதபோது X அல்லது R விளக்கப்படங்களில் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்கு வெளியே புள்ளி விழும். இதன் பொருள் செயல்பாட்டில் ஒதுக்கக்கூடிய காரணங்கள் (மனித கட்டுப்பாட்டு காரணங்கள்) உள்ளன. எல்லாப் புள்ளிகளும் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்குள் இருக்கும்போது கூட, ஒதுக்கக்கூடிய காரணம் எதுவும் இல்லை என்று உறுதியாகக் கூற முடியாது, ஆனால் காரணத்தைக் கண்டறிவது சிக்கனமானது அல்ல. புள்ளியியல் சோதனையைப் பயன்படுத்த முடியாது.

சிறந்த உற்பத்தி செயல்பாட்டில் கூட, சில பிழைகள் உருவாகலாம் மற்றும் அவை ஒதுக்கக்கூடிய காரணங்களாக அமைகின்றன, ஆனால் புள்ளிவிவர நடவடிக்கை எதுவும் எடுக்க முடியாது. இது எந்த உறவுமுறை திருப்திகரமான கட்டுப்பாட்டைக் காட்டுகிறது என்பதில் பல நடைமுறைச் சிக்கல்களுக்கு வழிவகுக்கிறது.

கட்டுப்பாட்டின்மைக்கான பொதுவான காரணங்களில் ஒன்று, சராசரி X இன் மாற்றமாகும். X விளக்கப்படம் உற்பத்தியில் மாற்றத்தைக் கண்டறியும் நோக்கத்திற்கும் பயனுள்ளதாக இருக்கும். கருவி தேய்மானம் மற்றும் இயந்திரங்களின் மறுசீரமைப்பு பெரும்பாலும் இத்தகைய மாற்றத்திற்கு காரணமாகும். இயந்திர மறுசீரமைப்பு எப்போது விரும்பத்தக்கதாகிறது என்பதைக் கண்டறிவது அவசியம், அடிக்கடி சரிசெய்தல் உற்பத்தி வெளியீட்டிற்கு கடுமையான பின்னடைவு என்பதை மனதில் கொள்ள



வேண்டும்.

படம் 63.1 X விளக்கப்படங்களின் சில எடுத்துக்காட்டுகள். விளக்கப்படங்கள் a, b மற்றும் c செயல்முறை மாறுபாடு மற்றும் விவரக்குறிப்புகளுக்கு இடையிலான தொடர்பைக் காட்டுகிறது. விவரக்குறிப்புகளின் பார்வையில் போதுமான செயல்முறை உள்ளது என்பதை நான்காவது விளக்குகிறது, ஆனால் X இல் நிலையான மாற்றம் உள்ளது, இதன் பொருள் அசல் நிபந்தனைகள் இருந்தால், X இன் மதிப்பை கட்டுப்பாட்டு வரம்புக்குக் கொண்டுவருவதற்கு இயந்திரத்தை அவ்வப்போது மீட்டமைக்க வேண்டும். மீண்டும் பெறப்படும்.

எனவே, மீட்டமைப்பதில் சிக்கல் செயல்முறை திறன் மற்றும் விவரக்குறிப்புகளுக்கு இடையிலான உறவுடன் நெருக்கமாக தொடர்புடையது என்று கூறலாம். படம் 63.1 இல் உள்ள வழக்கு (a) க்கு கேஸ் (b) ஐ விட சிறிய எண்ணிக்கையிலான இயந்திர மீட்டமைப்புகள் தேவைப்படும்.

இதை மேலும் படம் 63.2 இல் விளக்கலாம். (அ) குறைபாடுள்ள பொருட்களின் அளவு குறிப்பிடத்தக்க அதிகரிப்பை ஏற்படுத்தாமல் சராசரி X இருபுறமும் பெரிய அளவில் மாற்றப்படலாம். வழக்கில் (b) செயல்முறை திறன் குறிப்பிட்ட வரம்புகளுடன் இணக்கமாக இருக்கும். கேஸ் (c) ஸ்பேர்ட் + 3a, குறிப்பிட்ட சகிப்புத்தன்மையை விட சற்று அகலமாக இருந்தால், X இல் சிறிய மாற்றம் ஏற்படும் போதெல்லாம் குறைபாடுகளின் அளவு (ஸ்கிராப்) பெரிதாகிவிடும். இதற்கு அடிக்கடி மாற்றங்கள் தேவை.

செயல்முறைக் கட்டுப்பாட்டில் x மற்றும் r விளக்கப்படங்கள் எவ்வாறு பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதை விளக்குவதற்கு, சில எடுத்துக்காட்டுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

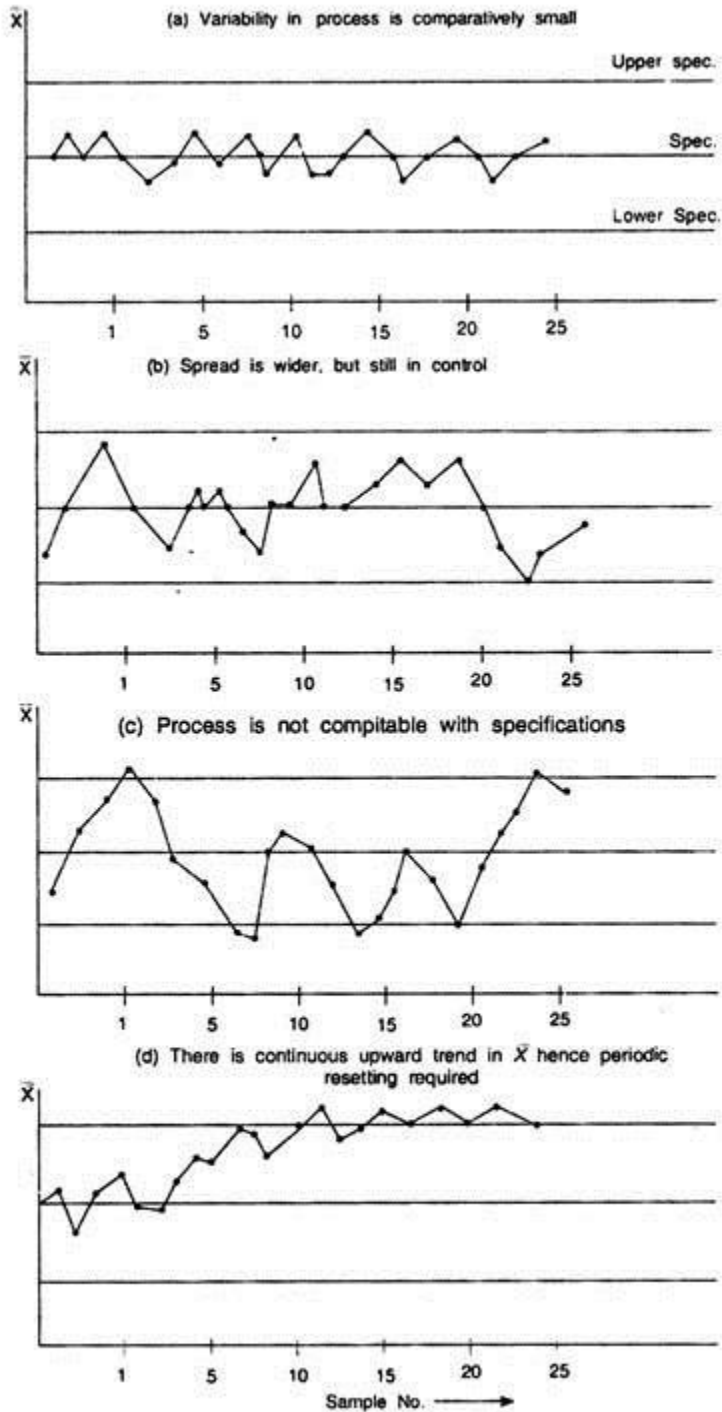


Fig. 63.1. Example of \bar{X} chart.

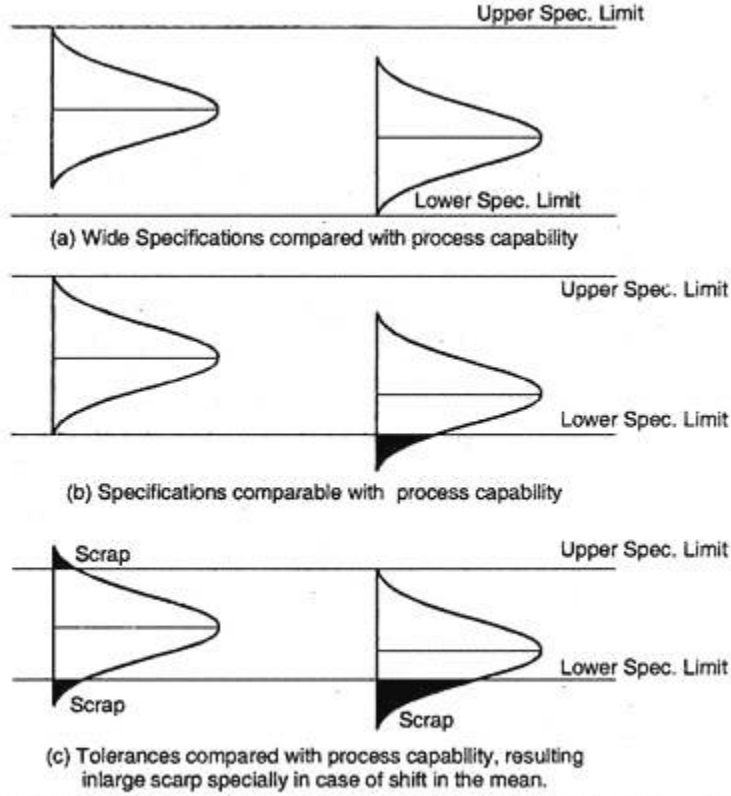


Fig. 63.2. Charts on the left side shows that the mean is half way between the upper and lower specification limits while charts on the right side show downward shift of the mean.

எடுத்துக்காட்டு 1:

அட்டவணை 63.2 ஒவ்வொரு மணி நேரமும் எடுக்கப்பட்ட ஜீப் வால்வு தண்டு விட்டத்தின் முக்கியமான பரிமாணத்திற்கு 50 அளவிலிருந்து ஒரு மாதிரிக்கு 5 அளவீடுகளின் பதிவை அளிக்கிறது, (i) கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளை ஒப்பிட்டு, சதி செய்து, சதி செய்யும் முறையை விளக்கவும், (ii) சதியை விளக்கவும், உருவாக்கவும் தயாரிப்பு தரம், செயல்முறை கட்டுப்பாடு மற்றும் ஆய்வு செலவு பற்றிய முடிவு.



It is given that specifications are $(9.492 \phi + 0.00 - 0.02 \text{ mm})$.

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2 \bar{R}$$

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

Here

$$\bar{X} = \frac{\text{Sum of all } \bar{X}}{\text{Total no. of samples}} = 9.485$$

$$\bar{R} = \frac{\text{Sum of all } R}{\text{Total no. of samples}} = 0.008$$

SQC அட்டவணை 63.1 இலிருந்து A_2 , D_4 மற்றும் D_3 இன் மதிப்புகள் 5 அளவீட்டு மாதிரி நெடுவரிசையிலிருந்து பதிவு செய்யப்படலாம்.

$$A_2 = 0.58$$

மற்றும்

$$D_3 = 0$$

$$D_4 = 2.11.$$



Table 63.2

Sample No.	Five Measurement per Samples					\bar{X}	R
	a	b	c	d	e		
1	9.484	9.483	9.485	9.485	9.492	9.4876	0.009
2	9.483	9.484	9.490	9.484	9.485	9.4850	0.007
3	9.485	9.492	9.483	9.486	4.490	9.4872	0.009
4	9.486	9.481	9.487	9.490	9.490	9.4868	0.009
5	9.486	9.491	9.484	9.487	9.490	9.4876	0.007
6	9.490	9.491	9.489	9.491	9.483	9.4886	0.008
7	9.482	9.486	9.483	9.484	9.486	9.4842	0.004
8	9.484	9.487	9.487	9.485	9.488	9.4838	0.004
9	9.485	9.488	9.486	9.484	9.487	9.4860	0.003
10	9.484	9.481	9.482	9.485	9.483	9.4830	0.004
11	9.485	9.482	9.490	9.487	9.484	9.4856	0.008
12	9.485	9.487	9.481	9.482	9.478	9.4826	0.009
13	9.488	9.477	9.482	9.485	9.484	9.4832	0.011
14	9.485	9.491	9.477	9.490	9.487	9.4860	0.014
15	9.474	9.483	9.487	9.488	9.490	9.4844	0.016

Therefore,

$$UCL_{\bar{X}} = 9.485 + 0.58 \times 0.008 = 9.4896 \text{ say } = 9.490$$

$$LCL_{\bar{X}} = 9.485 - 0.58 \times 0.008 = 9.480$$

$$UCL_R = D_4 \bar{R} = 2.11 \times 0.008 = 0.0169$$

$$LCR_R = D_3 \bar{R} = 0 \times 0.008 = 0.$$

இப்போது \bar{X} மற்றும் Rக்கான விளக்கப்படங்கள் படம் 65.3 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி வரையப்பட்டுள்ளன, abscissa வை மாதிரி எண்ணாக எடுத்துக்கொண்டு, \bar{X} மற்றும் R. \bar{X} என ஆர்டினேட் செய்து R. \bar{X} மற்றும் R விளக்கப்படங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று வரையப்பட வேண்டும், அதாவது R விளக்கப்படம் \bar{X} விளக்கப்படத்தின் கீழ் இருக்க வேண்டும்.

\bar{X} மற்றும் R விளக்கப்படங்கள் என்ன சொல்கின்றன?

சில நேரங்களில் \bar{X} விளக்கப்படம் திருப்திகரமான முடிவுகளைத் தராது. இது பழைய இயந்திரம், அல்லது தேய்ந்து போன பாகங்கள் அல்லது தவறான சீரமைப்பு அல்லது செயலாக்கம் இயல்பாகவே மாறக்கூடியது போன்றவற்றால் நிகழலாம். இங்கே "வரம்பு" விளக்கப்படம் கட்டுப்படுத்த கூடுதல் கருவியாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.



இந்த விளக்கப்படத்தின் நோக்கம் செயல்முறையின் மாறுபாட்டை தொடர்ந்து சரிபார்க்க வேண்டும். படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள செயல்முறை மாறுபாடு, செயல்முறையின் சராசரி அல்லது சராசரியானது குறிப்பிட்ட பரிமாணத்தை மையமாகக் கொண்டிருந்தாலும், அதிகப்படியான மாறுபாடு மோசமான தரமான தயாரிப்புகளை விளைவிக்கும்.

\bar{X} விளக்கப்படங்களைப் பயன்படுத்திய பிறகு, அது அடிக்கடி சிக்கலை உடனடியாகக் குறிப்பிடத் தவறினால், R- விளக்கப்படத்தின் பயன்பாடு அழைக்கப்படுகிறது.

R-chart \bar{X} -chart ஐ மாற்றாது, ஆனால் உற்பத்தி செயல்முறை பற்றிய கூடுதல் தகவலுடன் சேர்க்கிறது.

R- விளக்கப்படம் உயர் துல்லியமான செயல்பாட்டிற்கும் பயன்படுத்தப்படுகிறது, அதன் மாறுபாடு பரிந்துரைக்கப்பட்ட வரம்புகளுக்குள் கவனமாக வைத்திருக்க வேண்டும். இதேபோல் முலாம் பூசுதல் போன்ற பல மின்-வேதியியல் செயல்முறைகள் மற்றும் ஈஸ்ட் மற்றும் பென்சிலின் நொதித்தல் போன்ற நுண்ணிய இரசாயன உயிரியல் உற்பத்திகளுக்கு ஆர்-சார்ட்டைப் பயன்படுத்த வேண்டும், ஏனெனில் அசாதாரண மாறுபாடு அத்தகைய செயல்பாட்டில் இயல்பாகவே உள்ளது.

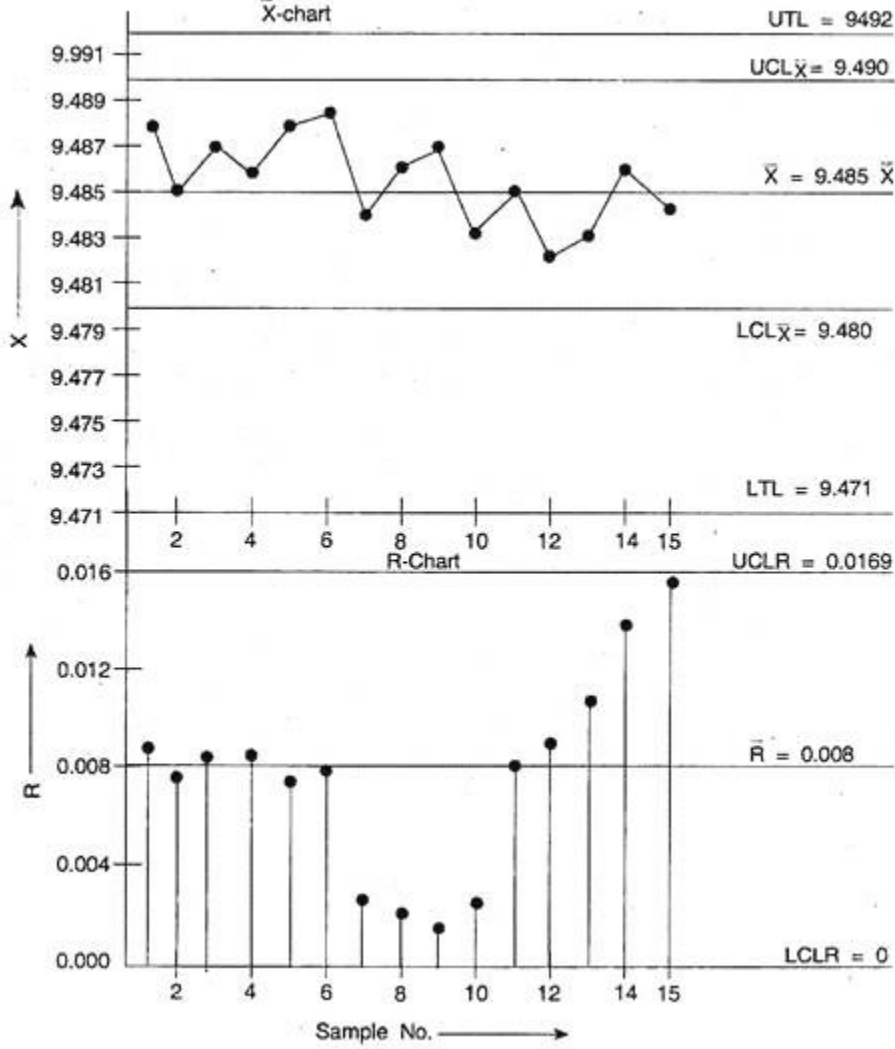


Fig. 63.3.

எடுத்துக்காட்டு 2:

24 மணிநேரத்திற்கு ஒவ்வொரு மணிநேரத்திற்கும் ஒரு செயல்முறையிலிருந்து 5 துண்டுகளின் மாதிரிக்காக பின்வரும் பதிவு எடுக்கப்பட்டது.



S.No.	Time	Measurement					\bar{X}	R
1	8 a.m.	995	997	1002	995	1000	0.998	0.007
2	9 a.m.	990	1002	997	1003	1005	0.999	0.015
3	10 a.m.	1003	1005	998	1004	995	1.001	0.005
4	11 a.m.	1002	999	1003	995	1001	1.000	0.006
5	12 a.m.	1001	996	999	1006	1001	1.000	0.010
6	1 p.m.	1004	1001	998	1004	997	1.000	0.007
7	2 p.m.	1003	1002	999	1003	1004	1.002	0.006
8	3 p.m.	1001	1007	1006	999	998	1.002	0.009
9	4 p.m.	999	995	994	991	996	0.995	0.008
10	5 p.m.	994	993	991	993	996	0.993	0.005
11	6 p.m.	994	996	995	994	991	0.994	0.005
12	7 p.m.	994	995	998	999	1001	0.997	0.007
13	8 p.m.	1002	1004	1000	994	1000	1.000	0.010
14	9 p.m.	1003	1000	996	1000	1005	1.000	0.009
15	10 p.m.	996	1001	1006	1001	1008	1.103	0.012
16	11 p.m.	995	1003	1004	1006	1008	1.003	0.003
17	12 p.m.	1096	1005	1006	1009	1008	1.006	0.004
18	1 a.m.	996	999	1001	1008	996	0.999	0.012
19	2 a.m.	1001	1004	995	1001	1008	1.002	0.013
20	3 a.m.	1003	995	1002	991	996	0.997	0.012
21	4 a.m.	1004	991	993	997	1008	0.997	0.013
22	5 a.m.	1003	997	998	1000	1001	0.999	0.006
23	6 a.m.	1006	1001	999	996	997	0.999	0.010
24	7 a.m.	1005	1000	1001	998	1000	1.001	0.007
Total							23.976	0.216
Average							0.999	0.009

Design control limits, make plot, and draw inferences regarding quality.

So,

$$\bar{X} = 0.999$$

$$\bar{R} = 0.009$$

From S.Q.C. tables for sample size 5 (See table 63.1)

$$A_2 = 0.58, D_4 = 2.11 \text{ and } D_3 = 0$$

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2 \bar{R} = 0.999 + (0.58) \times 0.009 = 1.004$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2 \bar{R} = 0.999 - 0.00522 = 0.994$$

$$UCL_R = D_4 \bar{R} = (2.11) \times (0.009) = 0.019$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R} = 0 \times 0.009 = 0.$$



இப்போது \bar{x} மற்றும் R விளக்கப்படங்கள், படம் 63.4 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, abscissa ஐ மாதிரி எண்ணாகவும், ஆர்டினேட்டுகளை முறையே \bar{x} மற்றும் R ஆகவும் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது.

படம் 63.4ஐப் பார்ப்போம்.

இல்விளக்கப்படம், பெரும்பாலான நேரங்களில் சராசரியைக் குறிக்கும் வரையப்பட்ட புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்குள் நன்றாக இருக்கும், ஆனால் மாதிரிகள் 10 மற்றும் 17 இல், திட்டமிடப்பட்ட புள்ளிகள்



கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்கு வெளியே விழும்.

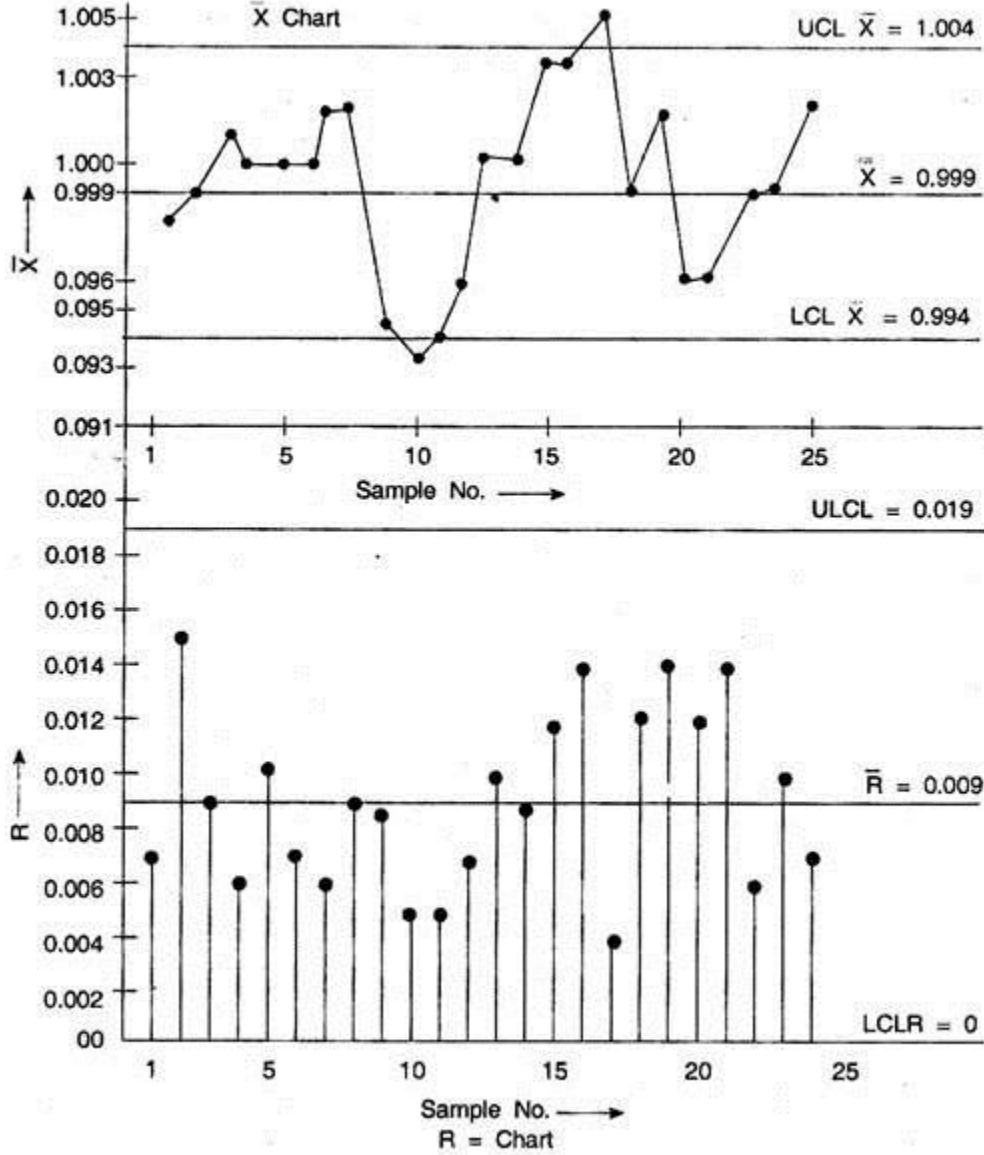


Fig. 63.4.

இது ஏதோ தவறு நடந்திருக்கலாம் அல்லது செயல்பாட்டில் தவறாகப் போகிறது என்று அர்த்தம் மற்றும் குறைபாடுள்ள தயாரிப்புகளின் தோற்றத்தைத் தடுக்க ஒரு சோதனை தேவை.

காரணம் அகற்றப்பட்டால், பின்வரும் திட்டமிடப்பட்ட புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளுக்குள் நன்றாக இருக்கும், ஆனால் அதிக புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டு



வரம்புக்கு வெளியே விழுந்தால், எல்லாம் முடியும் வரை தற்காலிகமாக உற்பத்தியை நிறுத்துவது அவசியமானாலும், மிகவும் முழுமையான விசாரணை செய்யப்பட வேண்டும். மீண்டும் சரிசெய்யப்பட்டது, மேலும் புள்ளிகள் வெளியே வராது.

பண்புக்கூறுகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்கள் :

\bar{X} மற்றும் R கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்கள் நேரடியாக அளவிடப்படும் தர பண்புகளுக்கு பொருந்தும், அதாவது மாறிகளுக்கு. தொழில்துறை நடைமுறையில் நேரடி அளவீடுகள் தேவைப்படாத அல்லது சாத்தியமில்லாத நிகழ்வுகள் உள்ளன.

இத்தகைய சூழ்நிலைகளில், ஆய்வு முடிவுகள், தயாரிப்புகளின் வகைப்பாடு குறைபாடுள்ளவை அல்லது குறைபாடுள்ளவை அல்ல, அந்த தயாரிப்பு குறிப்பிட்ட விவரக்குறிப்பை உறுதிப்படுத்துகிறது அல்லது உறுதிப்படுத்தத் தவறினால் அதற்கேற்ப நல்லது அல்லது கெட்டது என ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது.

உற்பத்தியில், சில சமயங்களில் தீக்காயங்கள், விரிசல்கள், வெற்றிடங்கள், பற்கள், கீறல்கள், காணாமல் போன மற்றும் தவறான கூறுகள், துரு போன்றவற்றைக் கட்டுப்படுத்த வேண்டும். இங்கே, நாங்கள் தயாரிப்புகளை நல்லது அல்லது கெட்டது என்று மட்டுமே ஆய்வு செய்கிறோம், ஆனால் எவ்வளவு நல்லது அல்லது எவ்வளவு கெட்டது என்று அல்ல. மேலும், அளவிடக்கூடிய மாறிகள் வகையின் கீழ் வரும் பல தரமான பண்புகள் உள்ளன, ஆனால் பொருளாதார காரணங்களுக்காக நேரடி அளவீடுகள் எடுக்கப்படுவதில்லை.

இந்த தயாரிப்புகள் GO மற்றும் NOT GO அளவீடுகள் மூலம் பரிசோதிக்கப்படுகின்றன. மீண்டும் இந்த வகையின் கீழ், குறிப்பிட்ட மதிப்புகளை தயாரிப்பு உறுதிப்படுத்துகிறதா அல்லது உறுதிப்படுத்தவில்லையா என்பதைச் சொல்வதே எங்கள் நோக்கம். இந்த வழியில் வெளிப்படுத்தப்படும் தரமான பண்புகள் பண்புக்கூறுகள் எனப்படும்.

பண்புக்கூறுகளுக்கான பல்வேறு கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்கள்



பின்வருமாறு

விளக்கப்பட்டுள்ளன:

1. குறைபாடுள்ள உருப்படிகளுக்கான பண்பு விளக்கப்படங்கள்: (பி-விளக்கப்படம்):

இது சதவீத குறைபாடுகள் அல்லது பின்னம் குறைபாடுகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படம். காட்சி ஆய்வு அல்லது 'GO' மற்றும் 'NOT GO' அளவீடுகள் மூலம் குறிப்பிட்ட விவரக்குறிப்புகளை உறுதிப்படுத்தும் அல்லது உறுதிப்படுத்தாத அலகுகளின் எண்ணிக்கையாக தர பண்புகள் வெளிப்படுத்தப்படும் போதெல்லாம் இது பயன்படுத்தப்படுகிறது.

மைய வரி மதிப்பு:

இது \bar{P} (P bar) ஆல் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் அனைத்து மாதிரிகள் ஒன்றிணைக்கப்பட்ட மொத்த குறைபாடுள்ள (இணக்கமற்ற) தயாரிப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கைக்கும் ஆய்வு செய்யப்பட்ட மொத்த தயாரிப்புகளின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையே உள்ள விகிதமாக வரையறுக்கப்படலாம். எடுத்துக்காட்டாக, 200 மாதிரியில் 15 தயாரிப்புகள் குறைபாடுடையதாகக் கண்டறியப்பட்டது, பின்னர் $15/200$ என்பது \bar{P} இன் மதிப்பு.

பின்னம் மற்றும் சதவீதம் குறைபாடுகள்:

ஒரு தயாரிப்பின் குறைபாடுகளின் விகிதமாக பின்னம் குறைபாடு மதிப்பு ஒரு தசமத்தில் குறிப்பிடப்படுகிறது, அதே சமயம் சதவீதம் குறைபாடு என்பது சதவீதமாக வெளிப்படுத்தப்படும் பின்னம் குறைபாடு மதிப்பு. மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் உள்ளதைப் போல, $15/200 = 0.075$ இன் பின்னம் குறைபாடு, மற்றும் சதவீதம் குறைபாடு $0.075 \times 100 = 7.5\%$ ஆக இருக்கும்.

நிலையானவிலகல்:

σ_P ஆல் குறிக்கப்படும் பின்னம் குறைபாட்டிற்கான நிலையான விலகல் சூத்திரத்தால் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

n = sample size and \bar{P} = fraction defective



இதில் n = மாதிரி அளவு மற்றும் \bar{P} = பின்னம் குறைபாடு.

சோதனைக் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகள்:

X மற்றும் R -சார்ட்களுக்கான கட்டுப்பாட்டு வரம்புகள் சராசரியை விட $+3\sigma$ மதிப்புகள் பெறப்பட்டதைப் போலவே. இந்த விளக்கப்படத்திற்கான மேல் மற்றும் கீழ் இரண்டு கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளும், மையக் கோடு மதிப்பிலிருந்து 3σ மதிப்புகளைச் சேர்ப்பதன் மூலமோ அல்லது கழிப்பதன் மூலமோ கணக்கிடப்படுகின்றன. இந்த சோதனை வரம்புகள் ஒரு செயல்முறை புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா இல்லையா என்பதை தீர்மானிக்க கணக்கிடப்படுகிறது.

So

$$UCL_p = \bar{P} + 3\sigma_p = \bar{P} + 3 \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

Similarly,

$$LCL_p = \bar{P} - 3 \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

பெரும்பாலும் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகள் சிக்கலை எடுக்க சுமார் 20-25 மாதிரிகளின் அடிப்படையில் பெறப்படுகின்றன மற்றும் மேலும் உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டிற்காக மாதிரிகளிலிருந்து நிலையான விலகல் கணக்கிடப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 3:

இயந்திரத்திலிருந்து அடுத்தடுத்து நிறைய சுழல் வெளிவருவதை அட்டவணை காட்டுகிறது. சுழல்கள் பரர்களுக்கான ஆய்வுக்கு உட்பட்டவை. சுழல்கள் ஒவ்வொன்றும் 100 மாதிரிகளில் பரிசோதிக்கப்படுகின்றன.

ஒற்றை அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பரர்களின் இருப்பு மதிப்பை குறைபாடுடையதாக வேறுபடுத்துகிறது. விளக்கப்படத்தை கணக்கிட்டு கட்டமைக்கவும்.



Sample No.	Sample Size	Defectives	Percentage
1	100	1	1
2	100	1	1
3	100	2	2
4	100	1	1
5	100	1	1
6	100	0	0
7	100	1	1
8	100	0	0
9	100	1	1
10	100	2	2
11	100	3	3
12	100	2	2
13	100	1	1
14	100	2	2
15	100	0	0
16	100	2	2
17	100	7	7
18	100	1	1
19	100	2	2
20	100	0	0

கணக்கீடு மற்றும் கட்டுமானம்:

இங்கு அதிகபட்ச சதவீதம் குறைபாடு 7% மற்றும் ஆய்வு செய்யப்பட்ட மாதிரிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 20 ஆகும். வரைபடத் தாளில், 20 வரையிலான மாதிரிகள் 1, 2, 3 வரை abscissa ஐ உருவாக்கவும். அடுத்து, அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள பல்வேறு புள்ளிகளை மாதிரி எண் மற்றும் சதவீதம் குறைபாடு எனக் குறிக்கவும்.

மூன்று உறுதியான கிடைமட்டக் கோடுகளை வரையவும், ஒவ்வொன்றும் மையக் கோடு மதிப்பு, மேல் வரம்பு மற்றும் கீழ் வரம்பு கணக்கீடுகள் மூலம் பெறப்பட்ட பிறகு.



Then, upper control limit

∴

Lower control limit

Therefore,

$$= \sqrt{\frac{0.015(1-0.015)}{100}} = 0.0121$$

$$= \bar{P} + 3\sigma P$$

$$UCL_p = 0.015 + 3 \times 0.0121 = 0.0513$$

$$= \bar{P} - 3\sigma P = 0.015 - 3 \times 0.0121 = 0.015 - 0.0363$$

$$= -ve \text{ value, but } -ve \text{ value is not possible}$$

$$LCL_p = 0.$$

Then, upper control limit

∴

Lower control limit

Therefore,

$$= \sqrt{\frac{0.015(1-0.015)}{100}} = 0.0121$$

$$= \bar{P} + 3\sigma P$$

$$UCL_p = 0.015 + 3 \times 0.0121 = 0.0513$$

$$= \bar{P} - 3\sigma P = 0.015 - 3 \times 0.0121 = 0.015 - 0.0363$$

$$= -ve \text{ value, but } -ve \text{ value is not possible}$$

$$LCL_p = 0.$$

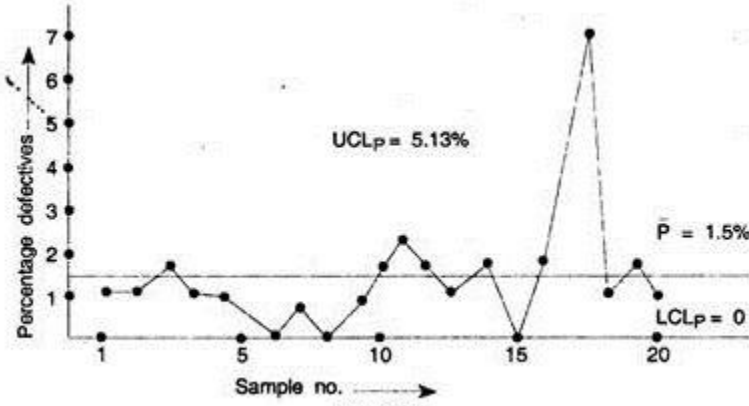


Fig. 63.5.

மாறி மாதிரி அளவு:

இப்போது மாறி மாதிரி அளவுக்கான பி-விளக்கப்படத்தின் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள். ஏனென்றால், மணிநேரம், தினசரி அல்லது வாராந்திர உற்பத்தி ஓரளவு மாறுபடும். எனவே, நிலையான அளவுகளின் மாதிரிகளை எடுப்பது எப்போதும் சாத்தியமில்லை.

இத்தகைய சிக்கல்கள் பின்வருமாறு தீர்க்கப்படலாம்:

எடுத்துக்காட்டு 4:



Data	Sample	Defective	Percent
11	ϕ 120	3	2.5%
12	100	1	1%
13	ϕ 45	2	4.44%
14	ϕ 60	2	3.33%
15	ϕ 130	2	1.54%
16	90	1	1.1%
17	105	4	3.8%
18	80	3	3.75%
19	75	1	1.33%
20	105	2	1.9%
Total	900	21	

இங்கே சராசரி மாதிரி அளவு = $900/10 = 90$ ஆக இருக்கும்

மாதிரி அளவு சராசரி மாதிரி அளவின் $\pm 20\%$ மாறுபடும் வரை ஒற்றைக் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளைப் பயன்படுத்துவது பொதுவான நடைமுறையாகும், அதாவது, 90 இல் $\pm 20\%$ 72 மற்றும் 108 ஆக இருக்கும். எனவே, 72 மற்றும் கீழே உள்ள மாதிரிகளைக் குறிக்கவும். 108க்கு மேல்.

\bar{P} பின்னம் குறைபாடு = $21/900 = 0.023$

12, 16, 17, 18, 19 மற்றும் 20 தேதிகளில் உள்ள மாதிரிகள் சராசரியின் $\pm 20\%$ க்குள் மூடப்பட்டிருப்பதால், கட்டுப்பாட்டு வரம்புகள் தனித்தனியாக கணக்கிடப்பட வேண்டிய பின்வரும் மாதிரி அளவுகள் இப்போது எங்களிடம் உள்ளன.

1	2	3	4	5
90	120	45	60	130

For this purpose, let us frame a table as follows : Go on calculating and filling the values

Sample Size	σP	$3\sigma P$	$\frac{UCL_P}{(\bar{P} + \sigma P)}$	$\frac{LCL_P}{(\bar{P} - 3\sigma P)}$
90	0.011	0.033	0.056	0
120	0.013	0.039	0.062	0
45	0.022	0.066	0.089	0
60	0.019	0.057	0.080	0
130	0.013	0.039	0.062	0



2. ஒரு யூனிட்டின் குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கைக்கான பண்பு விளக்கப்படங்கள்: (சி-சார்ட்) :

இது பண்பு பண்புகளை திட்டமிடும் ஒரு முறையாகும். இந்த வழக்கில், எடுக்கப்பட்ட மாதிரியானது நீளம், அகலம் மற்றும் பரப்பளவு அல்லது ஒரு நிலையான நேரம் போன்ற ஒற்றை அலகு ஆகும். சில சமயங்களில் ஒரு யூனிட் குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறிய வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பெரிய எண்ணிக்கையிலான சிறிய கூறுகள் ஒரு பெரிய அலகு உருவாக்கும் ஒரு வழக்கை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள், ஒரு கார் அல்லது டிரான்சிஸ்டர் என்று சொல்லுங்கள். டிரான்சிஸ்டர் தொகுப்பில் பல்வேறு புள்ளிகளில் குறைபாடு இருக்கலாம். இந்த வழக்கில், அலகு குறைபாடுள்ள அனைத்து புள்ளிகளையும் தீர்மானிப்பதை விட, ஒரு தொகுப்பின் குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடுவது இயற்கையானது.

டிரான்சிஸ்டர் குறைபாடுள்ள அனைத்து புள்ளிகளையும் கண்டறிய பி-சார்ட்களைப் பயன்படுத்துவதற்கான இந்த முயற்சி தவறானது, ஓரளவிற்கு சாத்தியமற்றது மற்றும் சிக்கல்களை அணுக முடியாதது. அத்தகைய நிபந்தனையானது சி-சார்ட்டைப் பயன்படுத்துவதற்கான அவசியத்திற்கு உத்தரவாதம் அளிக்கிறது.

சி-சார்ட் எடுத்துக்காட்டுகள். :

சி-சார்ட்டில் உள்ள மாறிகளின் விநியோகம் பாய்சனின் விநியோகத்தை மிக நெருக்கமாகப் பின்பற்றுகிறது.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுகள், சி-சார்ட் நுட்பத்தை



திறம்படப் பயன்படுத்தக்கூடிய பாய்சனின் விநியோகத்தைத் தொடர்ந்து, சில பிரதிநிதித்துவ வகை குறைபாடுகளைக் காட்டுகின்றன:

- (i) 100 சதுர மீட்டருக்கு கறைகளின் எண்ணிக்கை.
- (ii) தட்டச்சு செய்பவரின் தட்டச்சு தவறுகள்.
- (iii) சிதைந்த சுவரில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை.
- (iv) ஒரு மூட்டின் இரண்டு மெஷிங் பகுதிகளுக்கு இடையே காற்று இடைவெளி.
- (v) ஒரு டிரஸில் வெல்டிங் குறைபாடுகள்.
- (vi) ஒரு துணிதுணியில் நெய்யப்படாத புள்ளிகள்.
- (vii) ரேடியேட்டரின் நீர் இறுக்கமான மூட்டுகளில் கசிவு.

(i) குறைபாடுகளின் சராசரி எண்ணிக்கை:

இது \bar{C} (C bar) ஆல் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் அனைத்து மாதிரிகளிலும் காணப்படும் மொத்த குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் ஆய்வு செய்யப்பட்ட மொத்த மாதிரிகளின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையிலான விகிதமாகும்.

(ii) நிலையான விலகல்:

ஒரு யூனிட் உற்பத்திக்கான குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கைக்கான நிலையான விலகலின் சிக்மா $\sigma_C = \sqrt{\bar{C}}$ சூத்திரத்திலிருந்து கணக்கிடப்படுகிறது.



சோதனைக் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகள்:

கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளை மத்திய வரி மதிப்பு C இலிருந்து $\pm 3\sigma_c$ ஆக கணக்கிடலாம்.

அதாவது, i.e., $UCL_c = \bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}}$

$LCL_c = \bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}}$

எடுத்துக்காட்டு 5:

21 செப். 2013 அன்று, பேருந்து நிலையத்தில் பேருந்து நிலையங்களின் மேற்பரப்பில் உள்ள குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கையை பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது.



Dated	Body No.	No. of defects
21/5/2014	1	2
	2	2
	3	4
	4	7
	5	5
	6	6
	7	7
	8	14
	9	2
	10	9
	11	3
	12	0
	13	5
	14	1
	1	3
	16	10
	17	4
	18	3
	19	12
	20	6
Total	20	110

கணக்கீடு.

(i) குறைகளின் சராசரி எண்ணிக்கை $\bar{C} = 110/20 = 5.5$.

(ii) சோதனைக் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளைக் கணக்கிடவும், $UCL_c = 5.5 + 3\sqrt{5.5} = 12.54$

$LCL_c = 5.5 - 3\sqrt{5.5} = -1.74 = 0$, ஏனெனில் -ve குறைபாடுகள் சாத்தியமில்லை.

கட்டுமானம்:

1. அப்சிஸ்ஸாவை உடல் எண்ணாக பொருத்தமான அளவில் (1 முதல் 20



வரை)

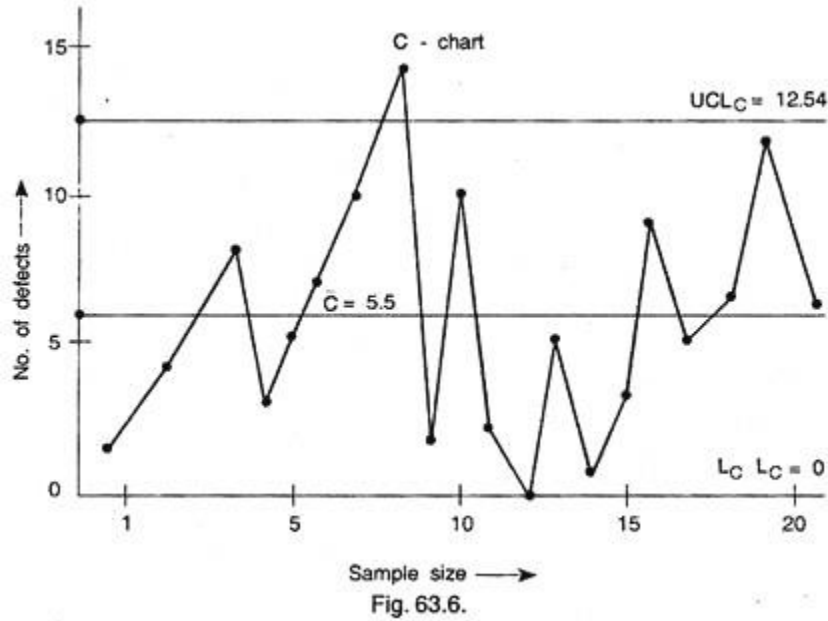
குறிக்கவும்.

2. 15 வரை உள்ள குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கையாக ஆர்டினேட்டைக் குறிக்கவும். அட்டவணையைப் பார்க்கும்போது, உடல் எண் 8 இல் அதிகபட்சமாக 14 குறைபாடுகள் உள்ளன.

3. உடல் எண் மற்றும் அந்த உடலில் உள்ள குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கைக்கு பல்வேறு புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

4. அனைத்து 20 புள்ளிகளையும் நேர் கோடுகளுடன் இணைக்கவும், மேலும் சராசரி கட்டுப்பாட்டு வரி மதிப்பு, மேல் கட்டுப்பாட்டு வரம்பு மற்றும் கீழ் கட்டுப்பாட்டு வரம்பு, அதாவது முறையே 5.5, 12.54 மற்றும் 0 ஆகியவற்றிற்கு ஒரு வரியை வரையவும்.

விளக்கம்:



விளக்கப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, 14 குறைபாடுகளைக் கொண்ட ஒரு புள்ளி எண். 8 மேல் கட்டுப்பாட்டு வரம்பிற்கு வெளியே விடும். தரவு 21/5/2014 அன்று உற்பத்தி தொடர்பானது. பின்னர் \bar{C} மதிப்புக்கு $100 + 14/19 = 5.03$ என்று மீண்டும் கணக்கிட வேண்டும். அடுத்த நாள் உற்பத்திக்கான \bar{C} இன்



நிலையான மதிப்பான 5.03 மதிப்பு இருக்கும். அடுத்த நாள் தயாரிப்பில், அதாவது 22/5/2014 இல் தரவைப் பயன்படுத்த முடிவு செய்தால், அதன் விளைவாக கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளும் திருத்தப்படும்.